

1 - Sağdan ve Soldan Limit :

I - Bir Sayıya Sağdan veya Soldan Yaklaşma :

Soldan Yaklaşma \leftarrow 3 \rightarrow Sağdan Yaklaşma



* $x = 3$ 'e Soldan Yaklaşma $x \rightarrow 3^-$ ile gösterilir.

$x=0$ $x=2$ $x=2,5$ $x=2,8$ $x=2,9$ $x=2,998$

($x \neq 3$)

* $x = 3$ 'e Sağdan Yaklaşma $x \rightarrow 3^+$ ile gösterilir.

$x=7$ $x=5$ $x=3,9$ $x=3,5$ $x=3,1$ $x=3,008$

($x \neq 3$)

Aras duvara soldan yaklaşıyor

Duvar

Beliz duvara sağdan yaklaşıyor



Aras ve Beliz duvara doğru durmadan yürürseler duvara çarpacaklar. Duvarın içine giremeyecekler.

Sorular :

1) Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

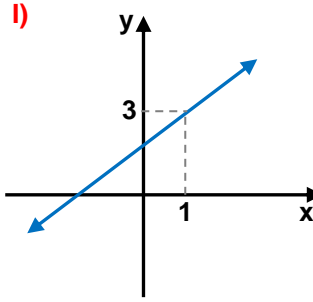
- a) $5 < 5^+ < 6$ c) $-6 < -6^+ < -5$
b) $2 < 3^- < 3$ d) $-1 < -1^- < 0$

2) Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulun.

- a) $5^+ + 2 =$ e) $2^+ \cdot 3 =$
b) $6^- + 1 =$ f) $\frac{12^-}{4} =$
c) $4^+ - 3 =$ g) $3^+ \cdot (-2) =$
d) $7^- - 10 =$ h) $\frac{10^-}{-2} =$

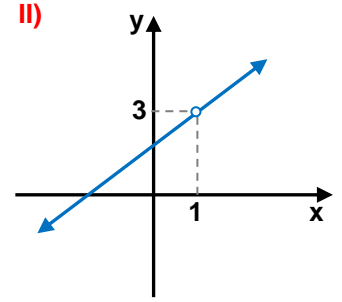
II) Bir Fonksiyonun Sağdan ve Soldan Limiti :

Soru 1 : Aşağıdaki fonksiyonların $x = 1$ deki sağdan ve soldan limitlerini, limitini, ve o noktadaki değerini bulalım.



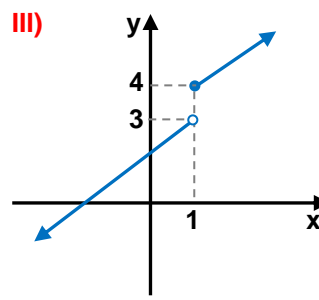
- a) Sol limit $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ b) Sağ limit $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$

- c) $x = 1$ de limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ d) $f(1) = 4$



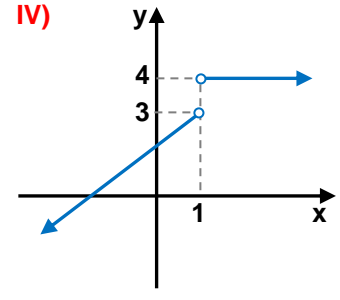
- a) Sol limit $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ b) Sağ limit $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$

- c) $x = 1$ de limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ d) $f(1) = 4$



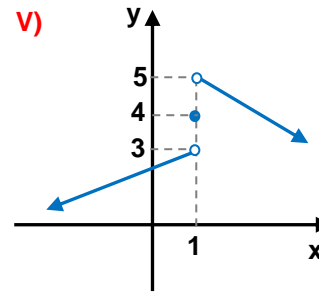
- a) Sol limit $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ b) Sağ limit $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$

- c) $x = 1$ de limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ d) $f(1) = 3$



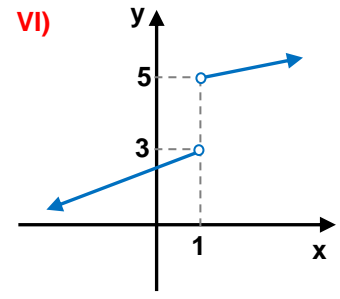
- a) Sol limit $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ b) Sağ limit $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$

- c) $x = 1$ de limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ d) $f(1) = 4$



- a) Sol limit $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ b) Sağ limit $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 5$

- c) $x = 1$ de limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ d) $f(1) = 4$



- a) Sol limit $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ b) Sağ limit $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 5$

- c) $x = 1$ de limit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ d) $f(1) = 5$

Daha fazla test ve konu anlatımı için  matematikchi.net

1) a, b, c

2) a) 7^+ b) 7^- c) 1^+ d) -3^-

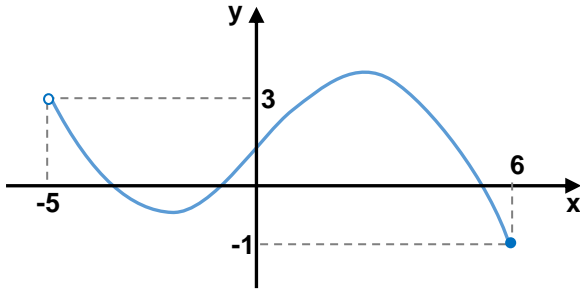
e) 6^+ f) 3^- g) -6^- d) -5^+

I) a)3 b)3 c)3 d)3 II) a)3 b)3 c)3 d)Tanımsız

III) a)3 b)4 c)Yok d)4 IV) a)3 b)4 c)Yok d)Tanımsız

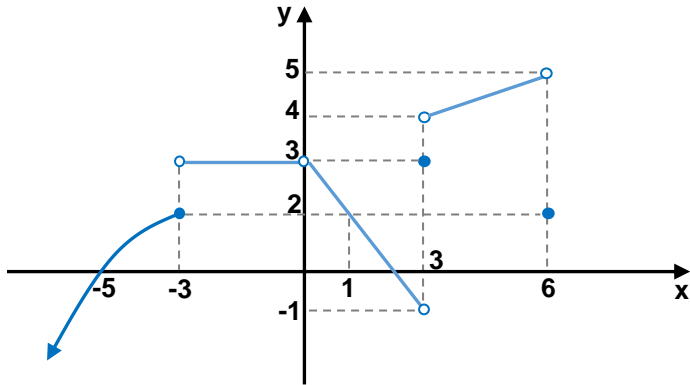
V) a)3 b)5 c)Yok d)4 VI) a)3 b)5 c)Yok d)Tanımsız

Soru 2 : Aşağıda grafiği verilmiş fonksiyonun $x = -5$ deki ve $x = 6$ daki limitlerini bulalım.



- a) $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) =$ e) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) =$
 b) $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) =$ f) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) =$
 c) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) =$
 d) $f(-5) =$ h) $f(6) =$

Soru 3 : Aşağıda grafiği verilmiş fonksiyon için verilen limitleri hesaplayın.



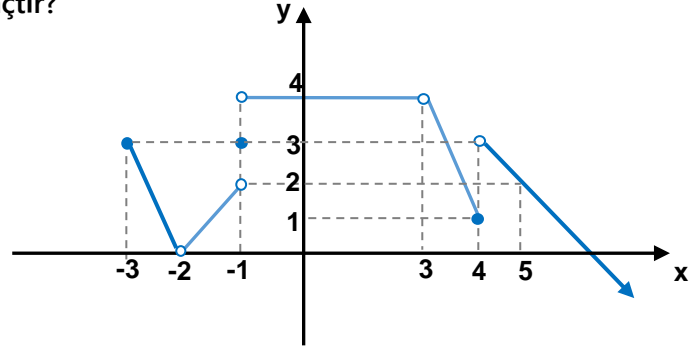
	a) Sol limit	b) Sağ limit	c) Limit	d) f(x)
I) $x = -5$				
II) $x = -3$				
III) $x = 0$				
IV) $x = 1$				
V) $x = 3$				
VI) $x = 6$				

- 2) a) Yok b) 3 c) 3 d) Tnsz
 e) -1 f) Yok g) -1 h) -1

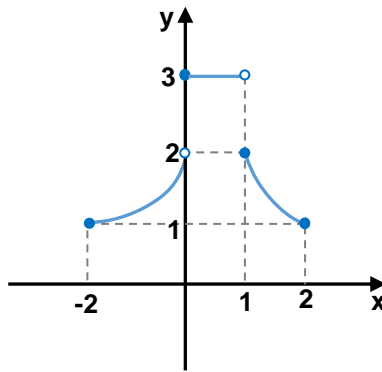
(Tnsz : Tanımsız)

- 3) I) a) 0 b) 0 c) 0 d) 0
 II) a) 2 b) 3 c) Yok d) 2
 III) a) 3 b) 3 c) 3 d) Tnsz
 IV) a) 2 b) 2 c) 2 d) 2
 V) a) -1 b) 4 c) Yok d) 3
 VI) a) 5 b) Tnsz c) 5 d) 2

Soru 4 : Aşağıda grafiği verilmiş fonksiyonun $[-3, 5]$ aralığında ki tam sayılarda var olan limitlerinin toplamı kaçtır?

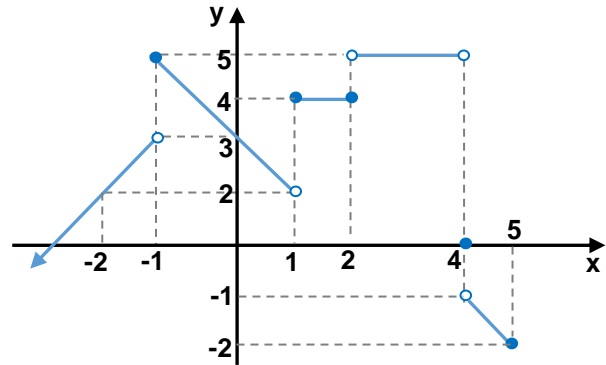


Soru 5 : Aşağıda grafiği verilmiş f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?



- I) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x - 1) = 2$
 II) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x - 2) = 1$
 III) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(2x - 4) = 1$
 IV) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x + 3) = 2$
 V) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(10 - 2x) = 3$

Soru 6 : Aşağıda grafiği verilmiş f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?



- I) $\lim_{x \rightarrow 4^+} (f \circ f)(x) = 3$
 II) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ f)(x) = 4$
 III) $\lim_{x \rightarrow -2^+} (f \circ f)(x) = 5$

Daha fazla test ve konu anlatımı için



2 - Basit Fonksiyonlarda Limit :

Bir fonksiyonunun kritik olmayan noktalarındaki limit değeri o fonksiyonun o noktadaki değerine eşittir.

Sorular :

1. $f(x) = 2x - 4$

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ limitinin değeri kaçadır?

2. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 2x - 3)$ limitinin değeri kaçadır?

3. $\lim_{x \rightarrow 7} 6$ limitinin değeri kaçadır?

4. $\lim_{x \rightarrow 4} (2a - 7) = 11$ ise a kaçtır?



5. $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\sqrt{x+1} + \frac{14}{x-1} \right)$ limitinin değeri kaçadır?

6. $\lim_{x \rightarrow -1} 2^{3x-1}$ limitinin değeri kaçadır?

7. $\lim_{x \rightarrow 5} \left| \frac{-2x-8}{x-2} \right|$ limitinin değeri kaçadır?

8. $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < -1 \\ 5 & -1 < x < 3 \\ \sqrt{x+4} & 3 < x \end{cases}$ ise $\lim_{x \rightarrow -7} (f(x) + f(x+8) + f(-x-2))$ limiti kaçadır?



9. $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\log_5(4x + 1) + \log_4 \frac{1}{x + 2} \right)$ limitinin değeri kaçaya eşittir?

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\log \frac{x}{x+1} + \log \frac{x+1}{x+2} + \dots + \log \frac{x+98}{x+99} \right)$ limitinin değeri kaçaya eşittir?

11. $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(4 \cdot \sin \frac{x}{6} - \tan^2 \frac{x}{4} \right)$ limitinin değeri kaçaya eşittir?

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\cos \pi x + \tan \pi x + \cot^2 \frac{\pi x}{6} \right)$ limiti kaçaya eşittir?

13. $\lim_{x \rightarrow 1} (2f(x) + 3g(x)) = 7$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x - 1) - g(3x - 5)) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(f\left(\frac{x}{3}\right) \cdot g(\sqrt{x-2}) \right) \text{ kaçaya eşittir?}$$

14. $\lim_{x \rightarrow 2} (2 \cdot f^3(x) + 3x - 4) = 56$ ise

$$\lim_{x \rightarrow -1} (f(x^2 + 1) + f(2x + 4)) \text{ kaçaya eşittir?}$$

15. $f(x) = 4x + 1$

$$g(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (f \circ g)(x) \text{ kaçaya eşittir?}$$

3 - Parçalı Fonksiyonlarda Limit :

Parçalı fonksiyonların kritik noktasında limit için o noktanın sağdan ve soldan limitleri kontrol edilir.

Diğer noktadaki limitler (kritik olmayan noktalarda) fonksiyonun o noktasındaki değerine eşittir.

Sorular :

1. $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq -2 \\ 2x + 5 & -2 < x < 1 \\ 4 & x = 1 \\ x^2 + 2 & 1 < x \end{cases}$$

- a) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
 b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
 c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

2. Aşağıdaki fonksiyonların hangisinin veya hangilerinin $x = 2$ noktasında limiti vardır?

I) $f(x) = 3x + 1$

II) $f(x) = \begin{cases} 4 - x & x < 0 \\ x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$

III) $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x < 2 \\ 5 & x = 2 \\ 2x + 3 & x > 2 \end{cases}$

IV) $f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 2 \\ x - 1 & x > 2 \end{cases}$

3. $f(x)$ fonksiyonu için aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3 & x < -1 \\ 3x + 5 & -1 < x \leq 1 \\ 7 + x^2 & 1 < x \end{cases}$$

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$
 b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

4. $f(x)$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x \neq 3 \\ 5 & x = 3 \end{cases} \text{ şeklinde veriliyor.}$$

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = ?$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$ c) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = ?$

5. $f(x)$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} x + a & x < 2 \\ ax + b & x > 2 \end{cases} \text{ şeklinde veriliyor.}$$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ ise b kaçtır?

6. $f(x)$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < -2 \\ x^2 - a & -2 < x < 1 \\ \frac{x + b}{a} & 1 \leq x \end{cases} \text{ şeklinde veriliyor.}$$

$f(x)$ fonksiyonunun tüm reel sayılarda limiti varsa b kaçtır?

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

- 1) a) -2 b) 1 c) 5 d) Yok e) 6 f) 11 2) I, II, III 3) a) 2 b) 8 c) -5 d) 16 4) a) 2 b) -2 c) 8

- 5) -3 6) -13



4- $\frac{0}{0}$ Belirsizliği:



Sorular:

1. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 4x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{4 - 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^2 + xy - 2y^2}{3y^2 - 3x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 9x - 9}{x^4 - 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2y - 4x - 4y}{x^3 - 8}$

f) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+3} - 8}{4^x - 1}$

Örnek Soru: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right)$ limitini hesaplayalım

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ belirsizliği}$$

★ $\frac{0}{0}$ belirsizliği ile karşılaşırsak ne yaparız: ★

Pay ve paydada sonucu "sıfır" yapan çarpanları ortaya

çıkartıp sadeleştiririz ve $\frac{0}{0}$ belirsizliğinden kurtuluruz.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)} \cdot (x+2)}{\cancel{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 2+2 = 4$$

Pay ve paydada
 $x=2$ için
sonucu sıfır
yapan çarpanları
sadeleştirdik.

* Aynı fonksiyon $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ in $x \rightarrow 2$ için limitini

fonksiyonun grafiği üzerinden inceleyelim

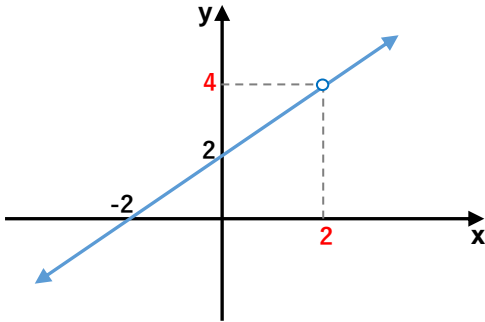
$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{\cancel{(x-2)} \cdot (x+2)}{\cancel{(x-2)}} = x+2$$

$f(x) = x+2$ fonksiyonunun grafiğini çizeceğiz.
y

$y = x+2$ nin eksenleri kestiği yerleri bulalım.

y eksenini kestiği yer x eksenini kestiği yer

$x=0$ için $y=2$ $y=0$ için $x=-2$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$$

O halde $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net



2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+3} - 1}{x+2}$ limiti kaçta eşittir?

3. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x - 14}{2 - \sqrt{x-3}}$ limiti kaçta eşittir?

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{\sqrt{3x+1} - 2}$ limiti kaçta eşittir?

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - x}{\sqrt{x-1} - 1}$ limiti kaçta eşittir?

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - a}{x^2 + bx - 8}$ limiti $\frac{0}{0}$ belirsizliği ise bu limitin sonucu kaçtır?

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + nx + 5}{2 + 2x} = k$ ise n ve k reel sayılarının toplamı kaçtır?

8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+a} - 3}{x^2 - 16} = b$ a ve b reel sayılar olmak üzere a.b kaçta eşittir?

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4x + 3} = 4$ ise a+b toplamı kaçtır?

5- Mutlak Değerli Fonksiyonlarda Limit :



* Mutlak değer için sıfır yapan değerler kritik

noktalardır. Bu sayılar için limit alınırken sol ve sağ limitler kontrol edilir.

Diğer sayılarda (Kritik nokta olmayan sayılarda)

limiti o sayıları yerine koyarak buluruz.

Örnek Soru : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{2x-2}$ limiti kaçta eşittir?

$|x-1| \rightarrow$ mutlak değer için sınırlayan sayı

"1" dir. O halde $x=1$ bu limit sorusunda

kritik nokta. Sağ ve sol limitlere bakmalıyız.

Sağ Limit: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{2x-2} = ?$

$x \rightarrow 1^+$ ise $x > 1$ olur. O halde $|x-1| = x-1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{2x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{2x-2} = \frac{0}{0}$$

$\frac{0}{0}$ yapan çarpanları sadeleştiririm.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{2x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{x-1}}{2(\cancel{x-1})} = \frac{1}{2}$$

Sol Limit : $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{2x-2} = ?$

$x \rightarrow 1^-$ ise $x < 1$ olur. O halde $|x-1| = -x+1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{2x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x+1}{2x-2} = \frac{0}{0}$$

$\frac{0}{0}$ yapan çarpanları sadeleştiririm.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x+1}{2x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(\cancel{x-1})}{2(\cancel{x-1})} = -\frac{1}{2}$$

O halde : $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{2x-2} \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{2x-2}$ olduğu için

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{2x-2} = \text{YOK}$$

Sorular :

1. $\lim_{x \rightarrow 3} |x+2|$ kaçta eşittir?

2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|7+x|}{|x^2-1|}$ limiti kaçta eşittir?

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1| \cdot (1-x)}{5-5x}$ limiti kaçta eşittir?

4. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|4x-20|}{x-5}$ limiti kaçta eşittir?



5. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{|7x - 21|}{x^2 + x - 12} - |x + 5| \right)$ limiti kaç eştir?

6. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4|x - 1| + x - 1}{|1 - x|}$ limiti kaç eştir?

7. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - 2x - 8|}{|4 - x^2|}$ limiti kaç eştir?

8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{|2x|}{|x^2 - 4x|} + |x + 3| \right)$ limiti kaç eştir?

9. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\cos x|}{\cos x}$ limiti kaç eştir?

10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\sin x|}{\sin x}$ limiti kaç eştir?

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{|\sin 2x|}{\sin 2x}$ limiti kaç eştir?

12. $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \left(\frac{|\sin x|}{\sin x} + \left| \tan \frac{x}{4} \right| \right)$ limiti kaç eştir?

6- Genel Limit Tekrarı :



Soru : Aşağıdaki fonksiyonların $x = 1$ için varsa limitlerini bulun.

a) $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$

b) $f(x) = \log_2(5x + 3)$

c) $f(x) = \sin \frac{\pi x}{6} + \tan \frac{\pi x}{4}$

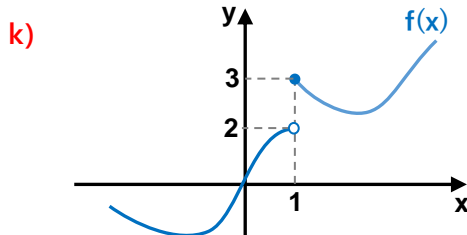
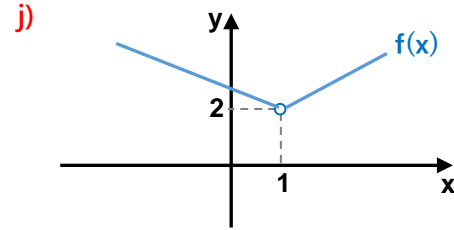
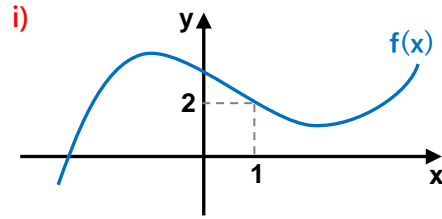
d) $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} x + 2 & x < 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$

f) $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$

g) $f(x) = \frac{|x + 5|}{x + 2}$

h) $f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1}$



Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net



7- Süreklilik



I) Tanım :

* Bir fonksiyonun bir noktada sürekli olması için

I) O noktada limiti olmalıdır.

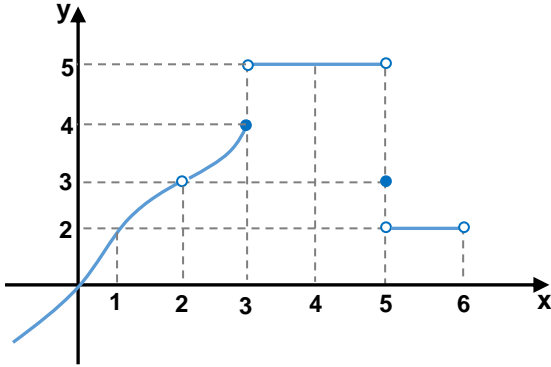
(Sağ ve Sol limitleri eşit olmalı)

II) Limit değeri fonksiyonun o noktadaki değerine eşit olmalıdır.

Sonuç : Fonksiyon $x = a$ da sürekli ise

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

Örnek : Aşağıda grafiği verilmiş olan $f(x)$ fonksiyonunu inceleyelim.



	a) Sol Limit	b) Sağ Limit	c) Limit	d) $f(x)$	e) Süreklilik
I) $x = 1$					
II) $x = 2$					
III) $x = 3$					
IV) $x = 4$					
V) $x = 5$					
VI) $x = 6$					

Şimdi $f(x)$ fonksiyonunun sürekli olduğu aralığı yazalım.

$$(-\infty, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 5) \cup (5, 6)$$

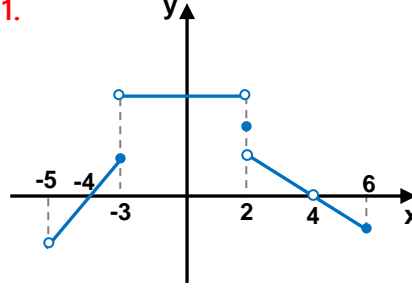
Tablonun Cevapları :

(Tnsz : Tanımsız)

I) a) 2	b) 2	c) 2	d) 2	e) Sürekli
II) a) 3	b) 3	c) 3	d) Tnsz	e) Sürekli Değil
III) a) 4	b) 5	c) Yok	d) 4	e) Sürekli Değil
IV) a) 5	b) 5	c) 5	d) 5	e) Sürekli
V) a) 5	b) 2	c) Yok	d) 3	e) Sürekli Değil
VI) a) 2	b) Yok	c) 2	d) Tnsz	e) Sürekli Değil

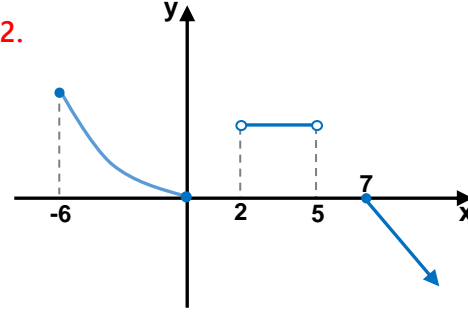
Sorular :

1.



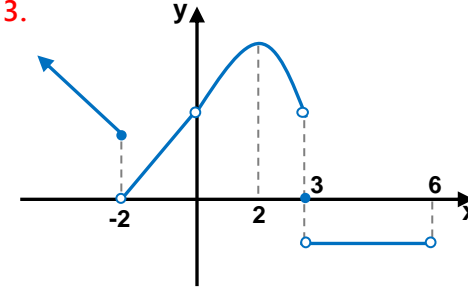
Yandaki $f(x)$ fonksiyonun grafiğine göre fonksiyonun süreksiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

2.



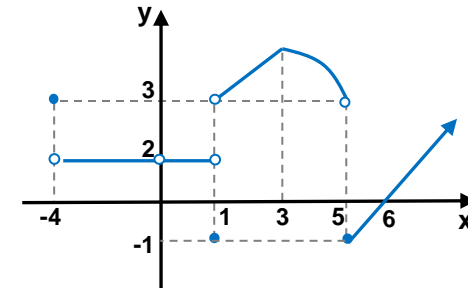
Yandaki grafiği verilmiş olan f fonksiyonunun sürekli olduğu aralıkları bulun.

3.



Yandaki grafiği verilmiş fonksiyonun süreksiz olup limitinin olduğu noktaların apsisi nedir?

4.



Yandaki grafiği verilmiş fonksiyonun süreksiz olduğu noktalarda varsa soldan limitlerinin toplamı kaçtır?

II) Parçalı Fonksiyonlarda Süreklilik :



Örnek

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & x < -1 \\ 6-x & -1 \leq x < 3 \\ 3 & x = 3 \\ 2x-3 & 3 < x \end{cases}$$

Kritik Noktalar \rightarrow $x = -1$
 $x = 3$

fonksiyonunun aşağıda verilen noktalarda sürekliliğini inceleyelim.

a) $x = 5$ için

$x = 5$ fonksiyonun kritik noktası değildir.
Dolayısıyla $x = 5$ de fonksiyon süreklidir.

b) $x = -1$ için

$x = -1$ fonksiyonun kritik noktasıdır.
Bu durumda bu noktada süreksiz olma ihtimali var.
Sürekliliğin tanımı yardımı ile inceleyelim.

$$\text{Süreklilik Şartı} \rightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= -(-1) + 1 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= 6 - (-1) = 7 \\ f(-1) &= 6 - (-1) = 7 \end{aligned} \right\} \text{Eşit çıkmadılar.}$$

O halde $f(x)$ fonksiyonu $x = -1$ de süreksizdir.

c) $x = 3$ için

$x = 3$ fonksiyonun kritik noktasıdır.
Bu durumda bu noktada süreksiz olma ihtimali var.
Sürekliliğin tanımı yardımı ile inceleyelim.

$$\text{Süreklilik Şartı} \rightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= 6 - 3 = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= 2 \cdot 3 - 3 = 3 \\ f(3) &= 3 \end{aligned} \right\} \text{Eşit çıktılar.}$$

O halde $f(x)$ fonksiyonu $x = 3$ de süreklidir.

Sorular :

1. Aşağıdaki fonksiyonların hangi x tam sayılarında süreksiz olduklarını bulun.

a) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x < 2 \\ x^2+1 & x \geq 2 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} x+2 & x < -1 \\ x^2 & x > -1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^3+2 & x \neq 1 \\ 5 & x = 1 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} x-3 & x \neq 2 \\ -1 & x = 2 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} 3-x & x < -1 \\ 4 & x = -1 \\ 3x^2+1 & x > -1 \end{cases}$ f) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ 3-x & x > 0 \end{cases}$

g) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{4} & x < -2 \\ x^2-1 & -2 \leq x < 2 \\ x+1 & 2 < x \end{cases}$ h) $f(x) = \begin{cases} 5x+3 & x < 0 \\ 3 & x = 0 \\ 2-x & 0 < x < 2 \\ x^2-4 & 2 \leq x \end{cases}$

2. $f(x)$ fonksiyonu tüm reel sayılarda sürekli ise b kaçtır?

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 3 & x \leq -1 \\ x + 3b & x > -1 \end{cases}$$

3. $f(x)$ fonksiyonu tüm reel sayılarda sürekli ise $a+b$ toplamı kaçtır?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & x < 2 \\ a & x = 2 \\ 3x + b & x > 2 \end{cases}$$

4. $f(x)$ fonksiyonu tüm reel sayılarda sürekli ise b kaçtır?

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x < 1 \\ a + b & 1 \leq x < 3 \\ ax - 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

5. Aşağıdaki fonksiyonların sürekli olduğu en geniş

aralığı bulun.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & x < 2 \\ \frac{6x+8}{x+3} & x \geq 2 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+5} & x < -1 \\ \frac{x^2-7}{x^2-4} & -1 \leq x \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} 3-x & x < -1 \\ x+2 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+2} & x \leq -1 \\ x & -1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

2) -2

3) 4

4) 3

5) a) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

b) $[-5, \infty) - \{2\}$

c) $(-\infty, -1) \cup [2, \infty)$

d) $(-\infty, 2] - \{2\}$

III) Bir Fonksiyonun Bir Noktada Sürekli Olması İçin Önce O Noktada Tanımlı Olması Gerekir



* Bir fonksiyonun bir noktada tanımlı olması için gerekli 3 şart :

I) Payda sıfır olmamalı.

$$\frac{U(x)}{V(x)} \quad \text{için} \quad V(x) \neq 0$$

II) Çift dereceli köklerin içi sıfırdan büyük veya eşit olmalı

$$\sqrt[n]{T(x)} \quad \text{için} \quad T(x) \geq 0$$

III) Logaritmada taban ve logaritması alınan ifade sıfırdan büyük olmalı. Ayrıca taban 1 de olmamalı.

$$\log_{K(x)} M(x) \quad \text{için} \quad K(x) > 0 \quad \text{ve} \quad K(x) \neq 1 \\ M(x) > 0$$

Sorular :

1. Aşağıdaki fonksiyonların sürekli olduğu aralıkları bulun.

a) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$

b) $g(x) = \sqrt{3x-15}$

c) $h(x) = \log_2(8-4x)$

d) $k(x) = \log_{(x-7)} 9$

2. Aşağıdaki fonksiyonların sürekli olduğu aralıkları bulun.

a) $f(x) = \frac{x+1}{3x-12} + \sqrt[8]{5x+20} + \sqrt[3]{x-1} + 4$

b) $g(x) = 4x^3 + \sqrt{24-4x} + \log(2x+2) + 3$

c) $h(x) = \frac{3x}{2} + \log_{(2x-3)}(x+5)$

d) $k(x) = \log_{(x+1)}(20-2x) - \frac{\sqrt[4]{x-3}}{x^2-2x-35}$



3. Aşağıdaki fonksiyonların sürekli olduğu aralıkları bulun.

a) $f(x) = \frac{\sqrt[10]{x^2 - 9}}{x - 8} + \sqrt[3]{x - 1} - 7$

b) $g(x) = \frac{\sqrt{10 - 5x}}{x^2 + 1} + \sqrt{\frac{x - 3}{2x + 4}} + 5x - 1$

c) $h(x) = \frac{\log_3(3x + 9) + \sqrt{x^2 - x - 20}}{x}$

d) $k(x) = \log_{(x+5)}(x^2 + 2x + 2) + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

4. $f(x) = \frac{3x + 11}{x^2 - 4x + 2a}$ fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli ise a'nın alabileceği değerleri bulunuz.

5. $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 1} - a$ fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli ise a'nın alabileceği değerleri bulunuz

6. $f(x) = \log_2(x^2 + ax + x + 1)$ fonksiyonu tüm reel sayılar için sürekli ise a'nın alabileceği değerleri bulunuz

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

3) a) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty) - \{8\}$

b) $(-\infty, -2)$

c) $[5, \infty)$

d) $(-5, \infty)$

4) $(2, \infty)$

5) $(-\infty, -8]$

6) $(-3, 1)$