



1- -1'İN KAREKÖKÜ :



$$\sqrt{9} = \quad \sqrt{12} = \quad \sqrt{15} =$$

$$\sqrt{-9} = \sqrt{-1 \cdot 9} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{-1} = 3i$$

★ ★ ★ $\boxed{\sqrt{-1} = i}$ ★ ★ ★

$$\sqrt{-25} =$$

$$\sqrt{-1} =$$

$$\sqrt{-20} =$$

$$\sqrt{-18} =$$

$$\sqrt{-10} =$$

Örnekler :

1. Aşağıdaki köklü ifadelerin eşitlerini bulun.

I) $\sqrt{-100}$

II) $\sqrt{-45}$

III) $\sqrt[3]{-8}$

IV) $\sqrt[5]{-1}$

2. Aşağıdaki köklerin içindeki ifadeleri bulun

I) $\sqrt{\dots} = 5i$

II) $\sqrt{\dots} = 3\sqrt{2}i$

III) $\sqrt{\dots} = 2\sqrt{7}i$

IV) $\sqrt{\dots} = i$

3. $\sqrt{-81} + \sqrt{-49}$ işleminin sonucu kaçtır?

4. $\sqrt{-0,09} - \sqrt{-0,04}$ işleminin sonucunu bulun.

5. $(\sqrt{-50} - \sqrt{-18})\sqrt{32}$ işleminin sonucu kaçtır?

6. $\sqrt{-8} \cdot \sqrt{9} + \sqrt{-2} \cdot \sqrt[3]{-8}$ işleminin sonucu nedir?

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

1) I) 10i II) $3\sqrt{5}i$ III) -2 IV) -1

2) I) -25 II) -18 III) -28 IV) -1

3) 16i

4) $\frac{i}{10}$

5) 16i

6) $4\sqrt{2}i$



2 – İ'NİN KUVVETLERİ :

NOT :



$$i = \sqrt{-1} \quad \text{ise} \quad i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

★ ★ ★ $i^2 = -1$ ★ ★ ★

$$i^1 = i$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^3 \cdot i = (-i) \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$$

$$i^8 = i^7 \cdot i = 1$$

Örnekler :

1. Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulun.

I) $i^{41} =$

II) $i^{18} =$

III) $i^{23} =$

IV) $i^{32} =$

2. Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulun.

I) $i^{-22} =$

II) $i^{-15} =$

III) $i^{-8} =$

IV) $i^{-37} =$

3. a, b, c, d, e tam sayılar olmak üzere aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulun.

I) $i^{4a+15} =$

II) $i^{8b+2} =$

III) $i^{24c-3} =$

IV) $i^{4d^2-20e-44} =$

4. $i^7 - i^{-2} - i^{4k-19}$ işleminin sonucunu bulun?

5. $f(x) = x^6 + 2x^5 - 3x^3 - x^2 + 4$
 $f(-i)$ kaç eştir?

6. $(-2i)^3 - i^{10} - (-i)^{-28}$ işleminin sonucunu bulun.



Not : $(1+i)^2 = 1+2i+i^2 = 2i$

$$(1-i)^2 = 1-2i+i^2 = -2i$$

O halde

$$(1+i)^2 = 2i$$

$$(1-i)^2 = -2i$$

Örnekler :

7. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulun.

I) $(1+i)^6$

II) $(1-i)^8$

III) $(1+i)^9$

IV) $(1-i)^{11}$

8. $(1+i)^5 - (1-i)^4$ işleminin sonucu nedir?

9. $\frac{(1+i)^{19}}{(1-i)^{16}}$ işleminin sonucu kaçta eşittir?

10. $(2+2i)^3 + (-1-i)^7$ işleminin sonucunu bulun?

Not :

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

$$\begin{array}{r} + \\ i^1 + i^2 + i^3 + i^4 = 0 \end{array}$$

$$i^{27} = i^3 = -i$$

$$i^{28} = i^4 = 1$$

$$i^{29} = i^1 = i$$

$$i^{30} = i^2 = -1$$

$$\begin{array}{r} + \\ i^{27} + i^{28} + i^{29} + i^{30} = 0 \end{array}$$

Sonuç : i sayısının ardışık 4 doğal sayı kuvvetinin toplamı daima sıfır yapar.

Örnekler :

11. $i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{47}$ toplamı kaçta eşittir?

12. $i^{-7} + i^{-6} + i^{-5} + \dots + i^{26}$ toplamı kaçta eşittir?

13. $i^2 + i^4 + i^6 + \dots + i^{36}$ işleminin sonucunu bulun.

3- Karmaşık Sayıların Reel ve Sanal Kısımları

Ve

Bir Karmaşık Sayının Eşleniği :



Karmaşık sayıları $Z=a+bi$ şeklinde göstereceğiz

$$Z = a + bi$$

Reel Kısım Sanal Kısım

* Karmaşık sayının reel kısmı $\rightarrow \text{Re}(Z) = a$

* Karmaşık sayının sanal kısmı $\rightarrow \text{İm}(Z) = b$

	<u>Re(Z)</u>	<u>İm(Z)</u>
$Z_1 = 2 + 7i$	2	7
$Z_2 = -4 - 3i$	-4	-3
$Z_3 = 5i - 8 = -8 + 5i$	-8	5
$Z_4 = -i + 9 = 9 - i$	9	-1
$Z_5 = 2 = 2 + 0i$	2	0
$Z_6 = -4i = 0 - 4i$	0	-4

Karmaşık Sayıların Eşlenikleri : Z karmaşık sayısının eşleniği \bar{Z} ile gösterilir.

$$Z = a + bi \quad \bar{Z} = a - bi$$

Örnekler :

1. Aşağıdaki karmaşık sayıların eşleniklerini bulun.

Karmaşık Sayı	Karmaşık Sayının Eşleniği
$Z_1 = 7 - 6i$	$\bar{Z}_1 =$
$Z_2 = -2 + i$	$\bar{Z}_2 =$
$Z_3 = 9i + 3$	$\bar{Z}_3 =$
$Z_4 = -5i + 8$	$\bar{Z}_4 =$
$Z_5 = 7i =$	$\bar{Z}_5 =$
$Z_6 = 2$	$\bar{Z}_6 =$

2. Aşağıda tarif edilen karmaşık sayıları bulun.

I) $\left. \begin{array}{l} \text{Re}(Z) = -4 \\ \text{İm}(Z) = 1 \end{array} \right\} Z = \dots\dots\dots$

II) $\left. \begin{array}{l} \text{Re}(\bar{Z}) = 3 \\ \text{Re}(Z) + \text{İm}(Z) = -2 \end{array} \right\} Z = \dots\dots\dots$

III) $\left. \begin{array}{l} \text{İm}(\bar{Z}) = 7 \\ \text{Re}(Z) = 0 \end{array} \right\} Z = \dots\dots\dots$

3. $Z_1 = 2 - 3i \quad Z_2 = i + 4$

$$Z_3 = 2\bar{Z}_1 - 3Z_2$$

Buna göre $\text{Re}(Z_3) + \text{İm}(Z_3)$ toplamı kaçta eşittir?

4. $Z_1 = 2i - 1 \quad Z_2 = 3i$

$\text{İm}(\overline{Z_1 + Z_2}) + \text{Re}(\overline{Z_1 + Z_2})$ toplamı kaçta eşittir?

5. $Z_1 = 4 - 3i$

$$Z_2 = i - 6$$

$\text{Re}(\bar{Z}_1 \cdot Z_2) + \text{İm}(Z_1 \cdot \bar{Z}_2)$ toplamı kaçta eşittir?



4 – Karmaşık Sayılarda Bölme İşlemi :



* Karmaşık sayılarda bölme işlemi eşlenik çarpımı yardımı ile yapılır.

* Karmaşık sayılarda eşlenik çarpımı :

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

$$(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 - b^2 \cdot \underbrace{i^2}_{-1} = a^2 + b^2$$

O halde $(a + bi) \cdot (a - bi) = a^2 + b^2$

Aşağıdaki kesirli bölme işlemlerini yapalım.

$$I) \frac{5}{3-2i} = \frac{5(3+2i)}{9+4} = \frac{15+10i}{13} = \frac{15}{13} + \frac{10}{13}i$$

(3+2i) Dağılıma Özelliği

$$II) \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{1+1} = \frac{1+i+i+i^2}{2} = \frac{2i}{2} = i$$

$$III) \frac{3-i}{2i} = \frac{-2i \cdot (3-i)}{-4i^2} = \frac{-6i+2i^2}{4} = \frac{-6i-2}{4} = -\frac{2}{4} - \frac{6}{4}i$$

Örnekler :

1. $\frac{4}{1-2i} + \frac{2}{i}$ işleminin sonucu kaçtır?

2. $Z = \frac{1-i}{1+i} - \frac{2+i}{i}$ ise $\text{Re}(Z) + \text{İm}(Z)$ kaç eşittir?

3. $Z = \frac{2-\sqrt{-4}}{\sqrt{-1}+2}$ ise $\text{İm}(Z^{-1})$ kaç eşittir?

4. $Z = 3+i$ ise $\bar{Z} \cdot Z^{-1}$ sayısının sanal kısmı kaçtır?

5. $\left(\frac{4+5i}{5-4i}\right)^{75}$ işleminin sonucu kaçtır?

6. $\text{Re}(Z) = 3$ $\text{İm}(Z^{-1}) = -\frac{1}{10}$ ise Z kaç olabilir?



5 – Karmaşık Sayıların Eşitliği :



$$a + bi = c + di \quad \text{ise} \quad a=b \quad \text{ve} \quad c=d$$

* Eşitliğin sol tarafındaki reel kısmı sağ taraftaki reel kısma eşitle.

* Eşitliğin sol tarafındaki sanal (İmaginel) kısmı sağ taraftaki sanal (İmaginel) kısma eşitle.

Örnekler :

1. $a + 3 + 9i = 7 + 5i - 2bi$ ise a ve b sayılarını bulun.

2. $Z + 2\bar{Z} = 6 + i$ ise $\text{Re}(Z) \cdot \text{İm}(Z)$ kaçadır?

3. $(Z + 1) \cdot (2 - i) = i$ ise $\text{Re}(Z) \cdot \text{İm}(Z)$ kaçadır?

4. $(1 - i) \cdot \bar{Z} + Z = 2Z - 3i$ ise $\text{Re}(Z) + \text{İm}(Z)$ kaçadır?

5. $\frac{Z + 6}{2 + i} = \bar{Z} - 2$ ise \bar{Z} kaçadır?

6. $Z \cdot \bar{Z} + Z = 6 - 2i$ şartını sağlayan Z sayılarını bulun.

6 – Sanal Kökleri Olan 2. Derece Denklemi Çözme :

$$\Delta < 0$$

Hatırlatma :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- I) $\Delta > 0$ ise iki farklı reel kök var.
 II) $\Delta = 0$ ise bir tane reel kök var.
 III) $\Delta < 0$ ise reel kökü yok **SANAL KÖKLER** vardır.

$$\text{Kökler için formül} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Örnekler :

1. $x^2 - 2x + 10 = 0$ denkleminin köklerini bulun.

2. $2x + 6 = x - \frac{12}{x}$ denkleminin köklerini bulun.

3. $(x^2 + 4)(x^2 + 2x + 2) = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulun.

7 – Kökleri Belli Olan 2. Derece Denklemi Yazma :

Hatırlatma :

Kökleri x_1 ve x_2 olan 2. derece denklem

$$x^2 - \underbrace{(x_1 + x_2)}_{\text{Kökler Toplamı}} \cdot x + \underbrace{x_1 \cdot x_2}_{\text{Kökler Çarpımı}} = 0$$

Örnekler :

- Köklerinden biri $x_1 = 2 - 5i$ olan 2. derece denklemini bulun.
- Köklerinden biri $x_1 = i - 3$ olan 2. derece denklemini $2x^2 + bx + c = 0$ ise $b+c$ toplamı kaçtır?
- Köklerinden ikisi $x_1 = 2 - 3i$ ve $x_2 = 1$ olan 3. derece denklemini bulun.
- Köklerinden ikisi $x_1 = 2i$ ve $x_2 = 1 - i$ olan 4. derece denklemini bulun.

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

1) $x_1 = 1 + 3i$ 2) $x_1 = -3 + \sqrt{3}i$ 3) $x_1 = \{-2i, 2i, -1 - i, -1 + i\}$
 $x_2 = 1 - 3i$ $x_2 = -3 - \sqrt{3}i$

1) a. $(x^2 - 4x + 29) = 0$ 2) 32

3) a. $(x^2 - 4x + 13) \cdot (x - 1) = 0$ 4) a. $(x^2 + 4) \cdot (x^2 - 2x + 2) = 0$