



1 - Üslü Sayıdan Logarıtmaya Geçiş :



$$3^x = 9 \text{ denkleminde } x = 2 \text{ olur.}$$

Bu denklemde x i yalnız bırakmak istersek bunu logaritma ile yapabiliriz.

Üstel Denklem

Logaritmik Denklem

$$3^x = 9$$

→

$$x = \log_3 9$$

"logaritma 3 tabanında 9"

diye okunur.

x i bulmak için ;

"3 'ün kaçınca kuvveti 9 yapar"

şeklinde düşünülür.

Mesela;

$$2^x = 10 \text{ denkleminde } x \text{ tam sayı değildir.}$$

Bu durumda x ' i ifade etmek için logaritma kullanmak zorundayız.

Üstel Denklem

Logaritmik Denklem

$$2^x = 10$$

→

$$x = \log_2 10$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $a^x = b$ ise $x = \log_a b$

II) $2^x = 7$ ise $x = \log_2 7$

III) $n^5 = 10$ ise $n = \log_{10} 5$

IV) $3^p = t$ ise $t = \log_3 p$

V) $a^7 = \sqrt{6}$ ise $7 = \log_a \sqrt{6}$

2. $2^{x+1} = 10$ ise x ' in logaritmik olarak eşitini bulun.

3. $3.5^{x-1} = 6$ ise x ' in logaritmik olarak eşitini bulun.

4. $7^{x+1} + 14.7^{x-1} - 7^x = 32$ ise x ' in logaritmik olarak eşitini bulun.

5. $15^x = 3^{x+2}$ denkleminde x neye eşittir?

6. $4^{x+1} = 36$ denkleminde x neye eşittir?



2 - Logaritmadan Üslü Sayıya Geçiş :



Logaritmik Denklem

$$x = \log_a b$$

→

Üstel Denklem

$$a^x = b$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I) $x = \log_3 14$ → $3^x = 14$
II) $m = \log_x 2$ → $m^x = 2$
III) $8 = \log_2 x$ → $2^8 = x$
IV) $\log_{(r+1)} 3 = 5$ → $(r+1)^5 = 3$
V) $\log_k (y^2 + 1) = c - 1$ → $k^{y^2+1} = c - 1$

2. $\log_2(3x + 4) = 6$ ise x kaçtır?

3. x ve y doğal sayılar olmak üzere

$$\log_3(y + 11) = 4$$

$$\log_{(x-3)} 16 = 2$$

ise y sayısı x sayısının kaç katıdır?

4. $\log_2\left(\frac{x+1}{4}\right) = -1$ ise x kaç eşittir?

5. $1 + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{4x+1}{x-1}\right) = -1$ ise x kaç eşittir?

6. $2 + \log_9(2x + 5) = \frac{5}{2}$ ise x kaç eşittir?

7. $2 \cdot \log_{\frac{1}{8}}(2x + 5) + 1 = -\frac{1}{3}$ ise x kaç eşittir?



8. $\log_2(\log_3(4x-1))=1$ ise x kaç eştir?

9. $\log_9(\log_2(\log_{(x-1)} 49)))=0$ ise x kaç eştir olabilir?

10. $\log_{\sqrt{3}}(4-5.\log_2(2x+1))=4$ ise x kaç eştir?

11. $2+3.\log_{\frac{1}{2}}(1+\log_2(\log_{\sqrt{7}}(x-1)))=-1$
ise x kaç eştir?

12. $\log_a b = 2$ ise $\log_b a^3 = c$
c kaç eştir?

13. $\log_a b^6 = 12$ $\log_b c^4 = 8$ $\log_a c = x$
ise x kaç eştir?

14. $\log_4 a = \frac{b}{2}$ $\log_8 c = 2b$
ise c'nin a türünden eştir nedir?

15. $\log_x y^5 = 4$ $\log_{y^2} z = \frac{3}{2}$ ise
z nin x türünden değeri nedir?



3 - Onluk Logaritma / Doğal Logaritma :



Onluk logaritma : 10 tabanındaki logaritmadır.

$$\log x = \log_{10} x$$

- * Logaritmanın tabanında sayı yoksa tabanda 10 olduğu kabul edilir.
- * Logaritma için verilmiş ve verilecek tüm kurallar 10 luk logaritmada da geçerlidir.

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I) $\log 3 = x$ ise $10^x = 3$
- II) $\log x = 2$ ise $x = 20$
- III) $10^x = 2$ ise $x = \log 2$

2. $10^{x+1} = 30$ ise x kaçtır?

3. $\log x = 2$ $\log y = -1$ ise x.y kaçtır?

4. $\log(\log_2(\log 20x)) = 0$ ise x kaçtır?

Doğal logaritma : " e " tabanındaki logaritmadır.

$$e = 2,7182818.....$$

şeklinde virgülden sonrası düzensiz giden bir sayıdır. (İrasyonel sayı)

$$\ln x = \log_e x$$

* Logaritma için verilmiş ve verilecek tüm kurallar doğal logaritmada da geçerlidir.

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I) $\ln 3 = x$ ise $e^x = 3$
- II) $\ln x = 2$ ise $x = e^2$
- III) $e^x = 5$ ise $x = \ln 5$

2. $\ln e^3 = x$ $\ln \frac{1}{e} = y$ ise x - y kaç e eşittir?

3. $3.e^{x+1} = 21.e$ ise x neye eşittir?

4. $\log_{\frac{1}{6}}(3.\log(99 + \ln x)) = -1$ ise x neye eşittir?



4 - Logaritma Özelliği 1 :



$$\log_a a = 1$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_7 7 = 1$

II) $4^{\log_2 2} + 3^{\log_5 5} = 7$

III) $f(x) = 2 \cdot \log_4(x+1)$ ise $f(3) = 1$

2. $\log_3 3 + 2 \cdot \log_{10} 10 - 5 \cdot \ln e$ işleminin kaç eşittir?

3. $\log_2 2 + \log_3 3 + \log_4 4 + \dots + \log_{10} 10$ işleminin kaç eşittir?

5 - Logaritma Özelliği 2 :



$$\log_a 1 = 0$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_6 1 = 0$

II) $\log_8 1 + \log_9 9 = 2$

III) $(2 \cdot \log_3 3 + 1) \cdot (3 \cdot \log_5 1 - 2) = -6$

2. $4 \cdot \log 1 + 3 \cdot \ln 1 - 2 \cdot \log_{11} 11$ işleminin kaç eşittir?

3. $\log_9(2x - 7) = 0$ ise $\log_x(x - 3)$ kaç eşittir?



6 - Logaritma Özelliği 3

(Üsleri Başa Atma):

$$\log_a b^m = \frac{m}{n} \cdot \log_a b$$

Örnekler:

1. Aşağıdaki logartimaların sonuçlarını bulun.

I) $\log_{5^3} 5^6 =$

II) $\log_8 32 =$

III) $\log_9 16 =$

IV) $\log_{49} 7 =$

V) $\log 1000 =$

VI) $\ln e^5 =$

VII) $\log_{\frac{1}{4}} 8 =$

VIII) $\log_9 \frac{1}{81} =$

IX) $\log_{\sqrt{2}} 16 =$

X) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[5]{9} =$

XI) $\log_{\sqrt[4]{125}} \sqrt[3]{25} =$

XII) $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt[3]{5} =$

XIII) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[3]{4} =$



2. $\log_4 32 - 2 \cdot \log_9 3 + \log_{125} 5$ işlemini kaçta eşittir?

3. $6 \cdot \log_{216} 36 - \log 10000 - \ln e^2$ işlemini kaçta eşittir?

4. $\log_{\frac{1}{7}} 49 - \log \sqrt{10} + \ln \frac{1}{\sqrt[4]{e}}$ işlemini kaçta eşittir?

5. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_{0,5} 0,25 = 3$

II) $\log_{0,04} 125 = -\frac{3}{2}$

III) $\log_8 0,125 = -1$

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

- 1) I) 2 II) $\frac{5}{3}$ III) $2 \log_3 2$ IV) $\frac{1}{2}$ V) 3 VI) 5 VII) $-\frac{3}{2}$
VIII) -2 IX) 8 X) $\frac{4}{5}$ XI) $\frac{8}{9}$ XII) $-\frac{1}{6}$ XIII) $\frac{4}{3}$ 2) $\frac{11}{6}$ 3) -2 4) $-\frac{11}{4}$ 5) II,III



6. $\log_{0,2}[\log_3(\log_2 8)]$ işleminin sonucu nedir?

7. $\log_{\sqrt{2}}\left[4 + 2 \cdot \log_3\left(3 - 2 \cdot \log_5 \frac{1}{125}\right)\right]$ işleminin sonucu nedir?

8. $\log_{16} x + \log_8 x + \log_4 x = \frac{39}{12}$ ise x kaç eştir?

9. $\log_9 2 + \log_{27} 2 = a \cdot \log_3 4$ ise x kaç eştir?

10. $\log_{4\sqrt{2}} \sqrt{8 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[4]{2}}}$ işleminin sonucu nedir?

11. $\log_{3\sqrt{3}}\left(\sqrt[3]{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}\right)$ işleminin sonucu nedir?

12. $m^4 = n^3$ ise $\log_m n^5$ kaç eştir?

13. $\sqrt{(\log 8)^2 + \left(\log \frac{1}{16}\right)^2}$ ifadesi neye eştir?



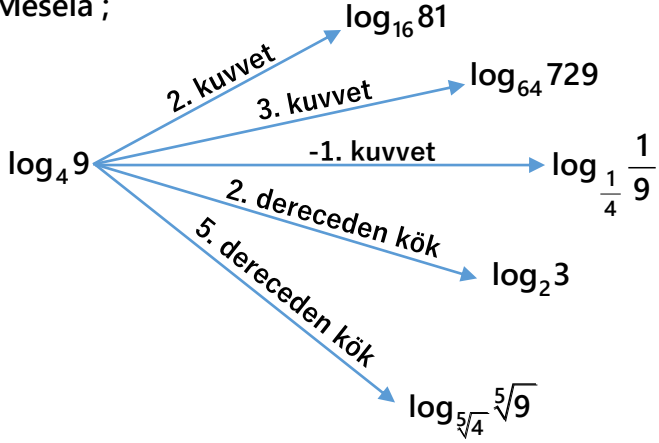
7 - Logaritma Özelliği 4

(Kuvvet Alarak Taban Eşitleme):

$\log_a b$ için

hem a'nın, hem b'nin aynı dereceden kuvvetlerini veya köklerini alabiliriz.

Mesela ;



Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_2 5 = \log_4 25$

II) $\log_{36} 121 = \log_6 11$

III) $\log_{\sqrt[3]{2}} 3 = \log_2 9$

IV) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt{7} = \log_3 \frac{1}{7}$

V) $\log_e 3^8 = \log 2$

2. $\log_4 25 = \log_2(3x - 7)$ ise x kaçtır?



3. $\log_{\sqrt[4]{7}} \sqrt{2} = \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{x}{x+1} \right)$ ise x kaçtır?

4. $\log_8 5 = \log_4 b$ ise b kaç eşittir?

5. $\log_4 9 + 3 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} - 4 \cdot \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{3}$ işlemi kaç eşittir?

6. $\log_5 x + \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \frac{1}{x} - \log_{\sqrt[4]{5}} \sqrt{x} = -1$ ise x kaçtır?



8 – Logaritma Özelliği 5-A



(Toplamayı Çarpmaya , Çıkarmayı Bölmeye)

Çevirme :

$$\log_x a + \log_x b = \log_x (a.b)$$

$$\log_x a - \log_x b = \log_x \left(\frac{a}{b} \right)$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_a 2 + \log_a 3 = \log_a 6$

II) $\log_b 12 - \log_b 4 = \log_b 3$

III) $\log_3 5 + \log_3 14 - \log_3 35 = \log_3 4$

IV) $\log_2 60 - \log_2 10 - \log_2 3 = 1$

V) $\log 15 + \log 35 - \log 7 - \log 3 + \log 4 = \log 25$

VI) $\ln 6e + \ln 3 - \ln 9 = \ln 2e$

2. $\log_6 12 + \log_6 42 - \log_6 14 = \log_x 5$ denkleminde x kaçtır?

3. $\log(x+9) - \log x = \log_5 \frac{15}{2} + \log_5 \frac{2}{3}$ denkleminde x kaçtır?

4. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $2.\log_7 x + 3.\log_7 y = \log_7 (x^2.y^3)$

II) $5.\ln a - 2.\ln b = \ln \frac{a^5}{b^2}$

III) $4.\log c - 2.\log d - 3.\log k = \log \left(\frac{c^4.k^3}{d^2} \right)$

5. $2.\log x + 3.\log y - \frac{1}{2}.\log z = \log \frac{125x^2}{\sqrt{z}}$ denkleminde y kaçtır?

6. $4.\log_3 2 - 2.\log_3 \frac{1}{5} = 6.\log_{27} b$ ise b kaç eşittir?

7. $3.\log_3 \sqrt[3]{36} - 4.\log_3 \sqrt{2} = \log_{2x+1} 9$ ise x kaçtır?

8. $\frac{1}{2}.\log_x 9 + \frac{1}{3}.\log_x 27 + \frac{1}{4}.\log_x 81 = \log_2 8$ ise x kaçtır?



9. $\log_4 36 + \log_8 125 - \log_2 3 = \log_4 x$ ise $\log x$ kaç eştir?

10. $\log_{\sqrt{5}} 6 - \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{3} - \log_{25} 16$ toplamı kaç eştir?

11. $\log_3 x + \log_9 x = \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 8$ denkleminde x kaçtır?

12. $\log_{\sqrt[4]{2}} \sqrt[4]{x} + 3 \cdot \log_8 x = 2 \cdot \log_4 6 - \log_{32} x^5$ denkleminde x kaçtır?

9 – Logaritma Özelliği 5-B



(Çarpmayı Toplamaya , Bölmeyi Çıkarmaya)
Çevirme :

$$\log_x (a \cdot b) = \log_x a + \log_x b$$

$$\log_x \left(\frac{a}{b} \right) = \log_x a - \log_x b$$

Örnekler:

1. Aşağıdakilerden hangileri yanlıştır?

I) $\log_x \left(\frac{a \cdot b}{c} \right) = \log_x a + \log_x b - \log_x c$

II) $\log_5 \left(\frac{x}{y \cdot z} \right) = \log_5 x - \log_5 y + \log_5 z$

III) $\log_2 \left(\frac{x^2 \cdot y^3}{\sqrt[4]{z}} \right) = 2 \cdot \log_2 x + 3 \cdot \log_2 y - \frac{1}{4} \cdot \log_2 z$

2. $\log a = 6$ $\log b = 2$ $\log c = 4$ ise

$\log \left(\frac{a^3 \cdot \sqrt{b}}{c^2} \right)$ kaç eştir?

3. $\log_2 (x \cdot y) = 5$

$\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = 3$

ise $x + y$ toplamı kaç eştir?



4. $\log 2 = a$ $\log 3 = b$ $\log 5 = c$ ise
 $\log 360$ neye eşittir?

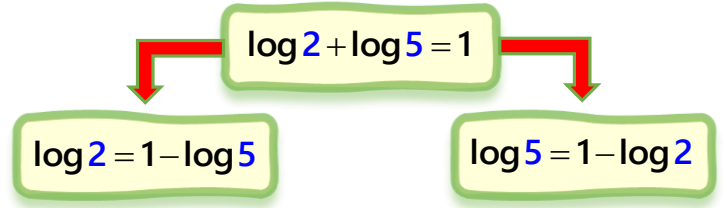
5. $\log 2 = x$ $\log 7 = z$ ise $\log 5,6$ neye eşittir?

6. $\log_2 64! = a$ ise $\log_2 63!$ neye eşittir?

7. $\log_2 6 = a$ ise $\log_4 \frac{81}{4}$ neye eşittir?

8. $\log_9 3\sqrt{5} = a$ ise $\log_{\sqrt{3}} \frac{3}{\sqrt{15}}$ neye eşittir?

log 2 ve log 5 ilişkisi:



Örnekler:

9. $\log 2 = a$ ise $\log 25$ neye eşittir?

10. $\log 125 = a$ ise $\log 4$ neye eşittir?

11. $\log 0,2 = a$ ise $\log 20$ neye eşittir?

12. $\log 2 = a$ $\log 3 = b$ ise $\log 3,75$ neye eşittir?

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

4) $3a + 2b + c$

5) $3x + z - 1$

6) $a - 6$

9) $2 - 2a$

10) $2 - \frac{2a}{3}$

11) $a + 2$

12) $b - 3a + 1$

7) $2a - 3$

8) $3 - 4a$



10 – Logaritma Özelliği 6 (Ters Çevirme)



$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_5 7 = \frac{1}{\log_7 5}$

II) $\log 2 = \frac{1}{\log_2 10}$

III) $\ln 8 = \frac{1}{\log_2 e}$

2. $\log_{36} 3 + \frac{1}{\log_{12} 36}$ işleminin sonucu kaçtır?

3. $\frac{1}{\log_2 30} + \frac{1}{\log_3 30} + \frac{1}{\log_5 30}$ işleminin sonucu kaçtır?

4. $\frac{2}{\log_2 10} + \frac{1}{\log_5 \sqrt{10}}$ işleminin sonucu kaçtır?

5. $\frac{6}{\log_{\sqrt[3]{2}} 144} + \frac{4}{\log_{\sqrt{3}} 144} + \frac{2}{\log_2 144}$ işleminin sonucu kaçtır?

6. $\log_a b = 2$ ise $\log_a (a.b) + \log_b (a.b)$ işleminin sonucu kaçtır?

7. $\log_2 \sqrt{3} = x$ ise $\log_3 6$ kaçta eşittir?

8. $\log_{\frac{a}{b}} a = c$ ise $\log_b (a.b)$ neye eşittir?

9. $9^{x+1} = 2$ ise $\log_4 3$ kaçta eşittir?



11- Logaritma Özelliği 7-A (Taban Değiştirme)



$$\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a}$$

Örnekler:

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\log_6 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 6}$

II) $\log_2 5 = \frac{\log_9 2}{\log_9 5}$

III) $\log 7 = \frac{\log_3 7}{\log_3 10}$

IV) $\ln 4 = \frac{\log_5 4}{\log_5 e}$

2. $\left. \begin{array}{l} \log_x a = 6 \\ \log_x b = 3 \end{array} \right\}$ ise $\log_a b$ kaçadır?

3. $\left. \begin{array}{l} \log_2 3 = a \\ \log_2 5 = b \end{array} \right\}$ ise $\log_3 10$ kaçadır?

4. $\left. \begin{array}{l} \log_3 5 = a \\ \log_3 6 = b \end{array} \right\}$ ise $\log_2 5$ kaçadır?

5. $\left. \begin{array}{l} \log_2 10 = a \\ \log_2 \frac{3}{2} = b \end{array} \right\}$ ise $\log_3 5$ kaçadır?

6. $\log_2 3 = a$ ise $\log_3 12$ neye eşittir?

7. $\log_2 10 = a$ ise $\log_5 20$ neye eşittir?

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net



8. $\log_3 5 = a$ ise $\log_{15} 75$ neye eşittir?

9. $\log_2 3 = a$ }
 $\log_5 2 = b$ } ise $\log_3 25$ kaç eştir?

10. $\log_3 15 = a$ }
 $\log_4 3 = b$ } ise $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{5}$ kaç eştir?

11. $\log_4 7 = a$ $\log_6 2 = b$ ise
 $\log_7 \sqrt{21}$ neye eşittir?

12. $\log_3 2 = a$ $\log_5 3 = b$ ise
 $\log_{36} \sqrt{30}$ neye eşittir?

13. $\log_{21} 3 = a$ ise $\log_7 \frac{1}{3\sqrt{7}}$ neye eşittir?

14. $\log_3 12 = x$ $\log_5 2 = y$ ise
 $\log_5 3$ neye eşittir?

15. $\log 6 = x$ $\log_2 25 = y$ ise
 $\log_3 2$ neye eşittir?



12 – Logaritma Özelliği 7-B

(Değişmiş Tabanı Eskiye Çevirme)



$$\frac{\log_x b}{\log_x a} = \log_a b$$

Örnekler:

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\frac{\log_3 7}{\log_3 5} = \log_3 5$

II) $\frac{\log 11}{\log 2} = \log_2 11$

III) $\frac{\ln 6}{\ln 3} = \log_3 6$

IV) $\frac{\log_2 21}{\log_2 7} = \log_2 3$

2. $\frac{\log_7 10}{\log_7 3} + \frac{\log_5 6}{\log_5 3} - \frac{\ln 5}{\ln 3} - \frac{\log 4}{\log 3}$ işleminin kaç eşittir?

3. $\frac{\log 6}{\log 3} = a$ ise $\log_3 2$ neye eşittir?

4. $\frac{\ln 5}{\ln 2} = a$ ise $\log_2 50$ kaç eşittir?

5. $\frac{4 \cdot \log_{11} x}{\log_{11} 25} = \log_5 \frac{125}{x}$ ise x kaç eşittir?

6. $\frac{\log_2 17}{\log_6 17} = a$ ise $\log_3 4$ neye eşittir?

7. $\frac{\log_6 14}{\log_x 14} = \log_{\sqrt{6}}(x-2)$ ise x kaç eşittir?

8. $\log_5 2x \cdot \log_2 5 = 4$ ise x kaç eşittir?

9. $\log_3 2 \cdot \log_4(x-1) = \log_3 \sqrt{5}$ ise x kaç eşittir?



13 – Logaritma Özelliği 7-C



(10 Tabanına çevrilerek Çözülen Sorular)

Örnekler:

1. $\log_2 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 8$ işleminin sonucu kaçtır?

2. $\ln 3 \cdot \log_3 7 \cdot \log_7 2 \cdot \log_2 e = \log_5 (x + 1)$ ise x kaçtır?

3. $\log_{12} 2 \cdot \log_2 3 + \ln 4 \cdot \log_{12} e$ işleminin sonucu kaçtır?

4. $\log_4 \sqrt[3]{5} \cdot \log_{\frac{1}{7}} 64 \cdot \log_{\sqrt{5}} 49$ işleminin sonucu kaçtır?

5. $\log_{\sqrt{2}} 3 \cdot \log 5 \cdot \log_9 10 = x$ ise $\log 25$ neye eşittir?

6. $\log_{\frac{1}{3}} (2x - 3) \cdot \log_{16} 81 \cdot \log_{\sqrt{x}} \frac{1}{2} = 2$ ise x kaçtır?

7. $\frac{\log_3 5}{\log_2 5} = x$ ise 3^{x+1} kaçta eşittir?

8. $\log_3 5 = k \cdot \ln 25$ ise k nedir?



14 – Logaritma Özelliği 8 (Taban ile Taban Aynı)



$$a^{\log_a b} = b$$

Örnekler:

1. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $3^{\log_3 7} = 7$

II) $10^{\log 9} = 9$

III) $e^{\ln 5} = 5$

IV) $8^{\log_{11} 8} = 11$

2. $8^{\log_8 3} + e^{\ln 5} - 10^{\log(3x+1)} = 2^{\log_4 49}$ ise x kaçtır?

3. $4^{2 \cdot \log_4 \sqrt{5}} + 3^{4 \cdot \log_3 \sqrt{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

4. $2^{\frac{1}{\log_5 2}} + 3^{\frac{4}{\log_2 3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

5. $3^{\log_{\sqrt{3}} 2} + 5^{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{7}} + 2^{\log_8 125}$ işleminin sonucu kaçtır?

6. $3^{\log_3(\log_2(4x+1))} = \log_{\sqrt{2}} 5$ denkleminde x kaçtır?

7. $e^{3 \cdot \ln 5 \cdot \log_5 2} + 2^{\log_3 63 - \log_3 7}$ işleminin sonucu kaçtır?

8. $5^{\frac{\log_9 2}{\log_9 5}} = \log_{x-1} 4$ denkleminde x kaçtır?

9. $2^{1+2 \cdot \log_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{3}} = \log_{\sqrt[3]{7}} x$ denkleminde x kaçtır?



15 – Logaritma Özelliği 9-A (Taban ile Taban Aynı Değil)



$$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

Örnekler:

1. $2^{\log_5 x} + x^{\log_5 2} = 4$ denkleminde x kaçtır?

2. $4 \cdot 3^{\log_2 x} + 2 \cdot x^{\log_2 3} = 54$ denkleminde x kaçtır?

3. $5^{\log_3(x-1)} + 4 \cdot (x-1)^{\log_3 5} = 1$ denkleminde x kaçtır?

4. $2^{\log_3 5 \cdot \log_5 x} + x^{\log_3 10 - \log_3 5} + 2^{\frac{1}{\log_x 3}} = 6$ denkleminde x kaçtır?

16 – Logaritma Özelliği 9-B (Taban ile Taban Aynı Değil)



Örnekler:

1. $x^{\log_3 x} = 3^4$ denkleminde x kaçtır?

2. $x^{1+\log x} = 10^6$ denkleminde x kaçtır?

3. $2^{\log_x 4} = 2x$ denkleminde x'in alabileceği değerleri bulun.

4. $5^{2-\log_x 125} - \frac{x}{25} = 0$ denkleminde x'in alabileceği değerleri bulun.



17 - Logaritmada Sıralama :



Örnekler :

1. $x = \log_2 10$ ise

x hangi iki tam sayı arasındadır?

2. $x = \log_3 \frac{1}{7}$ ise

x hangi iki tam sayı arasındadır?

3. a ve b ardışık tam sayılar olmak üzere
 $a < \log_{\frac{1}{3}} 35 < b$

a ve b tam sayılarının toplamı kaçtır?

4. $x \in (0,1)$ ise x aşağıdakilerden hangileri olabilir?

I) $\log_5 8$ II) $\log 3$ III) $\ln 2$ IV) $\log_5 \frac{1}{10}$

5. $x = \log_2 17$

$y = \log_3 20$

$z = \log_5 24$

x, y, z sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.

6. $x = \log_{\sqrt{5}} 4$

$y = \log_{\sqrt[3]{10}} 2$

$z = \log_{\sqrt[6]{7}} 2$

x, y, z sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.

7. $x = -3 \cdot \log_2 3$

$y = -8 \cdot \log_7 2$

$z = -2 \cdot \log_4 11$

x, y, z sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.

8. $a = \log_2 5 + \log_2 3$

$b = \frac{\log_5 10}{\log_5 3}$

$c = \ln 2 \cdot \log_3 e \cdot \log 3$

$d = \frac{1}{\log_9 4}$

a, b, c, d sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.



18 - Denklem Çözümü :



$$\log_{U(x)} V(x) \text{ için } U(x) > 0 \text{ ve } V(x) > 0 \\ U(x) \neq 1$$

Örnekler:

1. $\log_3(x+1) + \log_3(x+7) = 3$ ise x kaç olabilir?

2. $\log_2(x-11) - \log_2(x-5) = 2$ ise x kaç olabilir?

3. $\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) - \log_{\frac{1}{3}}(x^2+8) = 1$ ise x kaç olabilir?

4. $\log_{(x+1)}(x+7) = 2$ ise x kaç olabilir?

5. $3 \cdot \log x + \log \frac{1}{x} - 2 \cdot \log(x-2) = 0$ ise x kaç olabilir?

6. $\log_2(x+5) + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+1} = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{9x+5} \right)$ ise x kaç olabilir?

7. $\frac{\log_2(x-4)}{\log_2 x} + \frac{\ln(x-13)}{\ln x} = \log_{\sqrt{x}} 6$ ise x kaç olabilir?

8. $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$ ise x kaç olabilir?



19 - Logarıtmada Ters Fonksiyon :



Bir fonksiyonun terisini almak için genel yöntem :

1. adım : y ile x in yerini değiştir.

2. adım : y yi yalnız bırak.

Örnek :

$f(x) = 3x + 4$ fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulalım.

$$y = f(x) = 3x + 4$$

1. adım : $x = 3y + 4$

2. adım : $x = 3y + 4$

$$x - 4 = 3y$$

$$\frac{x - 4}{3} = y$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{3}$$

Not :

$$\underline{f(a) = b} \quad \rightarrow \quad \underline{f^{-1}(b) = a}$$

$$f(x) = 3x + 4 \quad f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{3}$$

$$f(2) = 3 \cdot 2 + 4 \quad f^{-1}(10) = \frac{10 - 4}{3}$$

$$f(2) = 10 \quad f^{-1}(10) = 2$$

Örnek :

$f(x) = 2x - 7$ ise $f^{-1}(5)$ kaç eęittir?

$f^{-1}(x)$ sorsaydı fonksiyonun tersini 2 adımlı yöntemle bulurduk.

$f^{-1}(5)$ için fonksiyonun tersini bulmadan da sonuca ulaşabiliriz.

$$f^{-1}(5) = ? \quad \rightarrow \quad f(?) = 5 \quad (\text{Yani } f(x) \text{ i } 5' \text{ e eęitlemeliyiz})$$

$$2x - 7 = 5$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$\text{Yani } f(6) = 5 \quad \rightarrow \quad f^{-1}(5) = 6$$

Örnekler :

1. Aşağıdaki üstel fonksiyonların tersini bulun.

I) $f(x) = 2^x$

II) $f(x) = 4^{x-2}$

III) $f(x) = 6^x + 3$

IV) $f(x) = 5^{x-1} + 2$

V) $f(x) = 3 \cdot 7^{2x+1} - 1$

Daha fazla test ve konu anlatımı için



matematikchi.net

I) $f^{-1}(x) = \log_2 x$ II) $f^{-1}(x) = \log_4 x + 2$ III) $f^{-1}(x) = \log_6 (x - 3)$

IV) $f^{-1}(x) = \log_5 (x - 2) + 1$ V) $f^{-1}(x) = \frac{\log_7 \left(\frac{x+1}{3} \right) - 1}{2}$



2. Aşağıdaki logaritmik fonksiyonların tersini bulun.

I) $f(x) = \log_9 x$

II) $f(x) = \log_7(x - 3)$

III) $f(x) = \log(2x - 1) + 8$

IV) $f(x) = 3 \cdot \ln\left(\frac{x+5}{2}\right)$

V) $f(x) = 2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} x + 4$

3. $f(x) = \log_2(3x - 1)$ için $f^{-1}(5)$ kaç eştir?

4. $f(x) = 2 \cdot 3^{x+1} - 4$ için $f^{-1}(8)$ kaç eştir?

5. $f(x) = \log(3x + 1)$

$$g(x) = 4^{x-1} - 15$$

$f^{-1} \circ g^{-1} \circ f(3)$ kaç eştir?

6. $f(x) = \log_3(x - 2)$

$$g \circ f(x) = x + 4$$

ise $g^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulun?

2) I) $f^{-1}(x) = 9^x$ II) $f^{-1}(x) = 7^x + 3$ III) $f^{-1}(x) = \frac{10^{x-8} + 1}{2}$

IV) $f^{-1}(x) = 2 \cdot e^{\frac{x}{3}} - 5$ V) $f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-4}{2}}$

3) 11

4) $\log_3 2$

5) 333

6) $\log_3(x - 6)$

22



20 - Değişken Ataması ile Çözülen Sorular :

Örnekler :



1. $2^{2x} - 4 \cdot 2^{x+1} + 12 = 0$ ise x ' in alabileceği değerler nelerdir?

2. $9^x + 18 \cdot 3^{x-1} - 16 = 0$ ise x ' in alabileceği değerler nelerdir?

3. $10^{3x} + 100^x - 6 \cdot 10^x = 0$ ise x ' in alabileceği değerler nelerdir?

4. $e^x + \frac{6}{e^x} - 5 = 0$ ise x ' in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

5. $10^x + 10^{-x} = \frac{10}{3}$ ise x ' in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

6. $\log_2(2^x - 2) = 3 - x$ ise denkleminin çözüm kümesi nedir?



7. $(\log x)^2 - 4 \cdot \log x - 5 = 0$ ise x ' in alabileceği değerler nelerdir?

8. $(\ln x)^2 - \ln x^2 - 24 = 0$ ise x ' in alabileceği değerler çarpımı nedir?

9. $\log_2(\log x) + \log_2(2 \cdot \log x - 3) = 1$ ise x ' in alabileceği değerler nelerdir?

10. $\log_3 x - \frac{6}{\log_3 x} = 1$ dekleminin çözüm kümesini bulun.

11. $\log_5 x + \log_x 125 = 4$ dekleminde x ' in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

12. $\log_3 x^3 + \log_x 9 = 5$ dekleminin çözüm kümesini bulun.



21 - Logaritmik Fonksiyonlarda En Geniş Tanım Kümesi:



$$f(x) = \log_{U(x)} V(x) \quad \text{için}$$

$$U(x) > 0 \quad \text{ve} \quad V(x) > 0 \quad \text{olmalıdır.}$$

$$U(x) \neq 1$$

Örnekler:

1. Aşağıdaki fonksiyonların en geniş tanım kümesini bulun.

$$I) f(x) = \log_3(4x + 24)$$

$$II) f(x) = \log_5(10 - 2x)$$

$$III) f(x) = \log_3(x^2 - 9)$$

$$IV) f(x) = \ln(-x^2 + x + 20)$$

$$V) f(x) = \log_4(x^2 + x + 2)$$

$$VI) f(x) = \log(-x^2 - 1)$$

$$VII) f(x) = \log_9(x^2 - 6x + 9)$$

$$VIII) f(x) = \log_3\left(\frac{x+1}{2x-6}\right)$$

$$IX) f(x) = \log_8\left(\frac{x^2 + 5x - 14}{3 - x}\right)$$

$$X) f(x) = \log_8\left(\frac{-x^2}{25 - x^2}\right)$$

Daha fazla test ve konu anlatımı için matematikchi.net

1) I) $(-6, \infty)$ II) $(-\infty, 5)$ III) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$ IV) $(-4, 5)$

V) \mathbb{R} VI) \emptyset VII) $\mathbb{R} - \{3\}$ VIII) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$

IX) $(-\infty, -7) \cup (2, 3)$ X) $(\infty, -5) \cup (5, \infty)$



2. Aşağıdaki fonksiyonların en geniş tanım kümelerini bulun.

I) $f(x) = \log_{(x-5)} 3$

II) $f(x) = \log_{(1-x^2)} 7$

III) $f(x) = \log_{(x^2+2x+1)} 9$

3. Aşağıdaki fonksiyonların en geniş tanım kümelerini bulun.

I) $f(x) = \log_{(x-4)} (35 - 5x)$

II) $f(x) = \log_{(x+4)} (-x^2 + 8x)$

III) $f(x) = \log_{(2x+2)} (x^2 - 4x + 4)$

4. $f(x) = \log_2(x^2 + 6x - 16) + \log_4\left(\frac{4-x}{x}\right)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulun.

5. $f(x) = \log_{(x-5)}\left(\frac{x^2+1}{x}\right) + \log(7x - x^2)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulun.

6. $f(x) = \frac{\log_{(9-x)}(x^3 - 9x) + \sqrt{3x+15}}{x^2 - 6x}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulun.

7. $f(x) = \log_2(x^2 + 2x + a - 3)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi tüm reel sayılar ise a hangi aralıkta olmalıdır?

2) I) $(5, \infty) - \{6\}$ II) $(-1, 1) - \{0\}$ III) $\mathbb{R} - \{-2, -1, 0\}$

3) I) $(4, 7) - \{5\}$ II) $(0, 8)$ III) $(-1, \infty) - \left\{-\frac{1}{2}, 2\right\}$

4) $(2, 4)$

6) $(-3, 0) \cup (3, 9) - \{6, 8\}$

5) $(5, 7) - \{6\}$

7) $(4, \infty)$



22 - Logaritmali Eşitsizlikler :



Örnekler :

1. $\log_2(2x - 6) \leq 3$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

2. $\log_{\frac{1}{3}}(15 + 3x) \leq -1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

3. $\log_{\frac{1}{5}}(10x - 5) > \log_3 \frac{1}{9}$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

4. $\log_5(x^2 + 9) \geq 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

5. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2x) \geq -3$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

6. $\log(\log_2(6 - 2x)) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.



7. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-8)) \geq -2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

8. $\log_{12}(x+5) + \log_{12}(8-x) > 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

9. $\log_{\frac{1}{6}}(2x+4) - \log_{\frac{1}{6}}(x-2) \geq -1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

10. $\log_{\frac{1}{3}}(3-x) \leq \log_{\frac{1}{3}}(2x)$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

11. $-3 < \log_{\frac{1}{2}}(2x+2) \leq -2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.

12. $\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{x+2}{2-x}\right) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun.