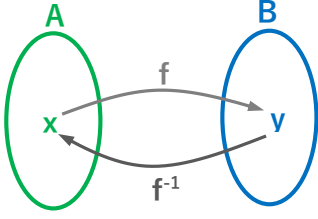




## 1 - Ters Fonksiyonlarda İşlem:

 $f : A \rightarrow B$ 

 $f^{-1} : B \rightarrow A$ 


$$f(x) = y \quad \text{ise} \quad f^{-1}(y) = x$$

### Sorular :

1.  $f$  fonksiyonunun ikilileri

$$f = \{(-1, 7), (2, -3), (4, 5)\} \quad \text{ise}$$

$f^{-1}$  fonksiyonunun ikililerini yazın

2.  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları için

$$f(1) = -4 \quad g^{-1}(2) = 5 \quad \text{ise}$$

$$f^{-1}(-4) + 3.g(5) \quad \text{kaçıya eşittir?}$$

3.  $f(x)$  doğrusal fonksiyon

$$f(4) = 11 \quad f^{-1}(2) = 1 \quad \text{ise } f(0) \text{ kaçtır?}$$

4.  $f(x) = 3x + a$  ve  $f^{-1}(5) = 2$  ise  $a$  kaçtır?

5.  $f(x) = 4x - 1$

$$f^{-1}(6a+3) = 7 \quad \text{ise } a \text{ kaçtır?}$$

6.  $f(2x + 1) = x^2 + ax - 3$

$$f^{-1}(12) = 7 \quad \text{ise } a \text{ kaçtır?}$$

7.  $f^{-1}(x + 2) = 7x + a$

$$f(6) = 3 \quad \text{ise } a \text{ kaçtır?}$$

8.  $f^{-1}\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) = x + 3$

$$f(4a + 7) = \frac{3}{4} \quad \text{ise } a \text{ kaçtır?}$$



9.  $f(x) = 4x + 3$  ise  $f^{-1}(23)$  kaçtır?

10.  $f^{-1}(x) = 6x + 5$  ise  $f(17)$  kaçtır?

11.  $f(3x + 2) = \frac{x+3}{x-1}$  ise  $f^{-1}\left(\frac{7}{3}\right)$  kaçtır?

12.  $f^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) = 5x + 1$  ise  $f(11)$  kaçtır?

13.  $f: [2, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$

$f(x) = x^2 - 4x + 3$  ise  $f^{-1}(15)$  kaçtır?

14.  $f: \mathbb{Z}^- \rightarrow \mathbb{Z}$

$f^{-1}(2x + 1) = x^2 + x$  ise  $f(6)$  kaçtır?

15.  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x < 1 \\ x^2 - 2x + 4 & x \geq 1 \end{cases}$  ise  $f^{-1}(7)$  kaç eşittir?

16.  $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & x < -3 \\ 4 - 3x & -1 \leq x \leq 2 \\ -x^2 + 2 & x > 2 \end{cases}$  ise  $f^{-1}(-2)$  kaç eşittir?

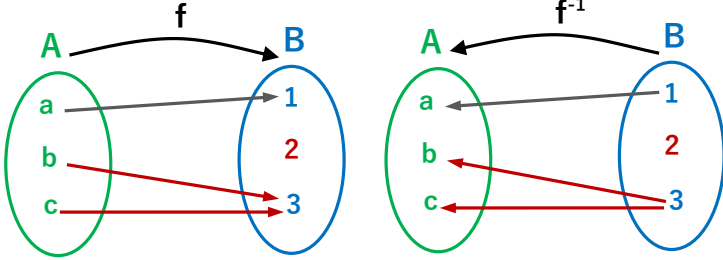
## 2 - Bir Fonksiyonun Tersinin Varlığı :



Bir fonksiyonun tersinin olması için o fonksiyon

**BİREBİR** ve **ÖRTEN** olmalı.

\* Aşağıdaki f fonksiyonunu inceleyelim



\* Fonksiyon **birebir** değil. b ve c nin görüntüleri aynı.  
 $f(b)=3$  ve  $f(c)=3$



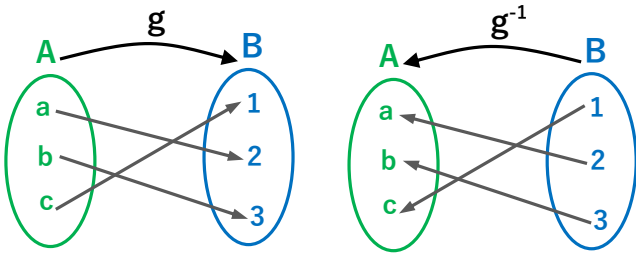
\* Fonksiyonun tersi fonksiyon değil. 3 ün iki tane görüntüsü var.  
 $f^{-1}(3) = b$  ve  $f^{-1}(3) = c$

\* Fonksiyon **örten** değil. Değer kümesindeki 2 hiçbir elemanın görüntüsü değil.



\* Fonksiyonun tersi fonksiyon değil. 2 nin görüntüsü yok.  
 $f^{-1}(2) = \text{Yok}$

\* Aşağıdaki g fonksiyonunu inceleyelim



\* Fonksiyon **birebir**. Her elemanın görüntüsü farklı.



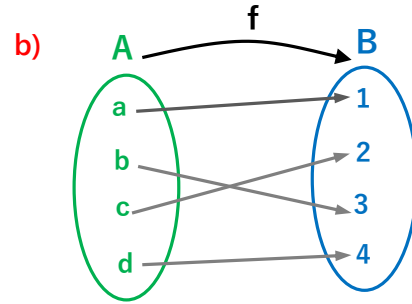
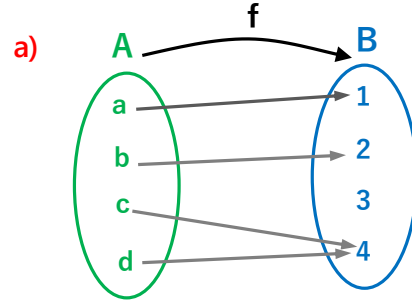
\* Fonksiyonun tersi fonksiyon. Her elemanın bir görüntüsü var.

\* Fonksiyon **örten**. Değer kümesinde açıkta eleman yok.



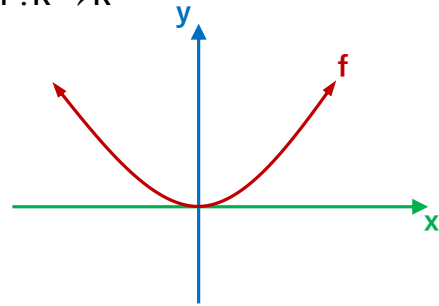
\* Fonksiyonun tersi fonksiyon. Her elemanın bir görüntüsü var.

**Soru :** Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin veya hangilerinin tersi vardır?



c)  $A = \{1,2,3,4\}$   $B = \{5,6,7,8\}$   
 $f : A \rightarrow B$   
 $f = \{(1,5), (2,7), (3,6), (4,6)\}$

d)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



e)  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$   $f(x) = 3x + 2$

f)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = |x|$

**3 - Bir Fonksiyonun Ters Fonksiyonunu Bulma :**

1. Adım : x ile y nin yerini değiştir.



2. Adım : y yi yalnız bırak.

**Sorular :**

1. Aşağıdaki fonksiyonların ters fonksiyonlarını bulun.

a)  $f(x) = 2x + 5$

b)  $f(x) = 7 - 3x$

c)  $f(x) = \frac{x+1}{4}$

d)  $f(x) = x^3 - 1$

e)  $f(x) = (2x - 8)^5 + 1$

f)  $f(x) = \sqrt{x} + 7$

g)  $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$

h)  $f(x) = \frac{2}{x} + 1$

i)  $f(x) = \frac{x}{2x+3}$

j)  $f(x) = \frac{3x+4}{x-1}$

**4 -  $f(x)=ax+b$  Fonksiyonunun Tersini için Kısa Yol :**

$$f(x) = ax + b \quad \text{ise} \quad f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$$

**Sorular :**

1. Aşağıdaki fonksiyonların ters fonksiyonlarını kısayoldan bulun.

a)  $f(x) = 2x + 5$

b)  $f(x) = 4x - 1$

c)  $f(x) = x + 7$

d)  $f(x) = -2 + 8x$

e)  $f(x) = 3 - x$

f)  $f(x) = 3x$

g)  $f(x) = \frac{x}{7}$

h)  $f(x) = \frac{2x}{3} + 4$

i)  $f(x) = \frac{x-2}{5}$

j)  $f(x) = \frac{x+4}{3}$

2.  $f(x) = 3x + 2$      $g(x) = 2x - 1$     ise

$f^{-1}(5) + g^{-1}(-7)$  kaç eştir?

3.  $f(x) = x - 2$      $g(x) = \frac{x-1}{4}$

$f^{-1}(x) + g^{-1}(x) = f(18)$     ise  $x$  kaçtır?

4.  $f^{-1}(x) = 3x - 5$      $g^{-1}(x) = \frac{x}{4} + 1$

$g(x) = 3.f(x) + 6$     ise  $x$  kaçtır?

5.  $x = 3f(x) - 5$     ise  $f(4) + f^{-1}(3)$  kaç eştir?

Daha fazla test ve konu anlatımı için [matematikchi.net](https://matematikchi.net)

1) a)  $\frac{x-5}{2}$     b)  $\frac{x+1}{4}$     c)  $x-7$     d)  $\frac{x+2}{8}$     e)  $-x+3$

f)  $\frac{x}{3}$     g)  $7x$     h)  $\frac{3x-12}{2}$     i)  $5x+2$     j)  $3x-4$

2)  $-2$

3)  $\frac{13}{5}$

4)  $5$

5)  $7$



5 -  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  Fonksiyonunun Tersini Kısa Yol :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \text{ise} \quad f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

**Sorular :**

1. Aşağıdaki fonksiyonların ters fonksiyonlarını kısıyoldan bulun.

a)  $f(x) = \frac{2x+5}{3x+4}$

b)  $f(x) = \frac{4x-1}{2x-7}$

c)  $f(x) = \frac{x+7}{x-8}$

d)  $f(x) = \frac{6-x}{x+2}$

e)  $f(x) = \frac{5-2x}{8+3x}$

f)  $f(x) = \frac{4x}{9x+1}$

g)  $f(x) = \frac{2}{3x-5}$

h)  $f(x) = \frac{4x+3}{-2x}$

i)  $f(x) = \frac{4}{3x}$

2.  $f(x) = \frac{5x+4}{2x+1}$   $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$  ise

$f^{-1}(3) + g^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$  kaçta eşittir?

3.  $f^{-1}(x) = \frac{2x}{x+3}$   $g^{-1}(x) = \frac{3x+8}{4}$

$f(x) \cdot g(x) = 8$  ise  $x$  kaçtır?

4.  $x = \frac{4f(x)+2}{f(x)-3}$  ise  $f^{-1}(x)$  i bulun

5.  $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$

$f(x) = \frac{4x+12}{2x-6}$  fonksiyonu bire bir ve örten ise

$a$  ve  $b$  sayıları kaçtır?

Daha fazla test ve konu anlatımı için [matematikchi.net](http://matematikchi.net)

1) a)  $\frac{-4x+5}{3x-2}$  b)  $\frac{7x-1}{2x-4}$  c)  $\frac{8x+7}{x-1}$  d)  $\frac{-2x+6}{x+1}$

e)  $\frac{-8x+5}{3x+2}$  f)  $\frac{-x}{9x-4}$  g)  $\frac{5x+2}{3x}$  h)  $\frac{3}{-2x-4}$  i)  $\frac{4}{3x}$

2) 3

3) -2

4)  $\frac{4x+2}{x-3}$

5)  $a=3$   $b=2$

**6 - Ters Fonksiyon Yardımı ile  $f(x)$  i Bulma :****Sorular :**

1.  $f(2x + 1) = 4x + 6$  ise  $f(x)$  fonksiyonunu bulun.

2.  $f(x - 2) = x^2 - 3x + 2$  ise

a)  $f(x)$  fonksiyonunu bulun. b)  $f(4)$  kaç eştir?

3.  $f^{-1}(6x + 1) = 3x + 2$  ise  $f(x)$  fonksiyonunu bulun.

4.  $f\left(\frac{x-1}{x+3}\right) = x - 2$  ise  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunu bulun.

5.  $f^{-1}(4x + 2) = 2x - 5$

$g(x - 1) = 3x - 5$

$f(x) + g^{-1}(x) = 8$  denkleminin kökü kaçtır?

6.  $f\left(\frac{x-1}{2}\right) = 3x - 4$  ise  $f^{-1}(x + 2)$  fonksiyonunu bulun.

7.  $f\left(\frac{4-x}{x-2}\right) = x - 1$  ise  $f(x + 1)$  fonksiyonunu bulun.

8.  $f\left(\sqrt{x-1} + 2\right) = x + 4$  ise

$f(x) + f(3) = 47$  denkleminin kökünü bulun.

Daha fazla test ve konu anlatımı için 

[matematikchi.net](http://matematikchi.net)

1)  $2x + 4$

2) a)  $x^2 + x$  b) 20

3)  $2x - 3$

4)  $\frac{x+1}{x+5}$

5) -2

6)  $\frac{x+3}{6}$

7)  $\frac{x+6}{x}$

8) -4 ve 8

**7 - Matematiksel İşlemleri Farkederek****f(x) Fonksiyonunu Bulma :****Sorular :**

1.  $f(x^2 + 1) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} - 5$  ise

f(x) fonksiyonunu bulun.

2.  $f(x^2 + 3x) = 5x^2 + 15x + 1$  ise f(x) fonksiyonunu bulun.

3.  $f\left(\frac{x^3 + 3}{x^2 - 1}\right) = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 3} + 2$  ise f(-2) kaçadır?

4.  $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$  ise f(x) fonksiyonunu bulun.

5.  $f(x^2 + 1) = x^4 + 2x^2 + 3$  ise f(x) fonksiyonunu bul.

6.  $f(x + 1) = x^3 + 3x^2 + 3x$  ise  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunu bul.

Daha fazla test ve konu anlatımı için [matematikchi.net](https://matematikchi.net)

1)  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} - 5$

2)  $f(x) = 5x + 1$

3)  $\frac{3}{2}$

4)  $f(x) = x^2 - 2$

5)  $f(x) = x^2 + 2$

6)  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x + 1}$



**8 - Parabolik Fonksiyonların Tersleri:****Sorular:**

**1.**  $f : (-\infty, 0] \rightarrow [3, \infty)$

 $f(x) = x^2 - 3$  ise  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunu bulun.

**2.**  $f : (-\infty, 2] \rightarrow [1, \infty)$

 $f(x) = x^2 - 4x + 5$  ise  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunu bulun.

**3.**  $f : [-3, \infty) \rightarrow [1, \infty)$

 $f(x) = x^2 + 6x + 2$  ise  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunu bulun.**Daha fazla test ve konu anlatımı için  [matematikchi.net](http://matematikchi.net)**

**1)**  $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+3}$

**2)**  $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$

**3)**  $f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x+7}$