



1 - Oran : $\frac{a}{b} \rightarrow$ Bu bir orandır.



Aşağıdaki durumları inceleyelim.

* $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ise

a sayısı 2 ile orantılı, b sayısı 3 ile orantılıdır.

$$a = 2k$$

$$b = 3k$$

* $\frac{m}{n} = \frac{6}{8}$ ise

m sayısı 6 ile orantılı, n sayısı 8 ile orantılıdır.

$$m = 6k$$

$$n = 8k$$

VEYA (Tavsiye edilen)

$$\frac{m}{n} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{8}} = \frac{3}{4} \quad (\text{Sadeleştirme})$$

m sayısı 3 ile orantılı, n sayısı 4 ile orantılıdır.

$$m = 3k$$

$$n = 4k$$

* $3x = 4y$ ise

$$\begin{array}{c} (3x = 4y) \\ \swarrow \searrow \\ \end{array}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

Bu durumda $x = 4k$ $y = 3k$ olur.

VEYA (Tavsiye edilen)

$$\begin{array}{c} 3x = 4y \\ \curvearrowright \\ \end{array}$$

$x = 4k$ $y = 3k$ olur.

Örnekler :

1. $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ ve $6x - 2y = 24$ ise x kaçtır?

2. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ise $\frac{4a+b}{3a-b}$ oranı kaç eşittir?

3. İki kardeşin yaşları oranı $\frac{2}{3}$ dür. Bu iki kardeşin yaşları toplamı 20 dir. Buna göre 4 yıl sonra yaşları oranı kaç olur?

4. $\frac{e}{f} = \frac{12}{10}$
 $4e - 2f - 5 = 65$ ise e kaçtır?



5. 100 üzerinden yapılan bir sınavda iki kişinin matematikten aldıkları notların oranı $\frac{35}{25}$ dir. Notu iyi olan öğrenci 2 puan daha alsaydı tam puan almış olacaktı. Buna göre notu düşük olan öğrencinin notu kaçtır?

6. $4m = 7n$

$$\frac{m+n-1}{5} = 2 \quad \text{ise } n - m \text{ farkı kaç eştir?}$$

7. $2a = 3b$

$$a \cdot b + 1 = 55$$

Buna göre $a - b$ farkı kaç eştir? ($a, b \in \mathbb{N}$)

8. $\frac{25a+b}{3b-2a} = 5$

$$4a + b = 130 \quad \text{ise } a \cdot b \text{ çarpımı kaç eştir?}$$

9. $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, $\frac{b}{c} = \frac{4}{5}$, $a + b + c = 150$ ise b kaçtır?

10. $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$, $\frac{x}{z} = \frac{3}{5}$ $2x + y - z = 10$ ise z kaçtır?

11. $4a = 5b$, $6c = 7b$, $a - c = 3$ ise b kaçtır?

12. 500 gramlık bir karışımda A, B, C maddeleri

$$5C = 3B \quad \text{ve} \quad \frac{C}{A} = \frac{2}{3}$$

oranlarında bulunmaktadır. Buna göre bu karışımda kaç gram A maddesi vardır?



2 - Orantı : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \rightarrow$ Bu bir orantıdır.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

orantı sabiti



Örnekler :

1. $\frac{m}{x} = \frac{n}{y} = \frac{k}{z} = 4$ ise

$\frac{m.n.k}{x.y.z}$ işlemi kaç eştir?

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$ ise

$\frac{a.d^2}{b.c^2} - \frac{e}{f}$ işlemi kaç eştir?

3. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{4}{3}$ ise

$\frac{a+b}{b} + \frac{2c-d}{d} - \frac{e}{e-f}$ işlemi kaç eştir?

Orantı Özelliği :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ şeklindeki bir orantıda

$\frac{x.a+y.c+z.e}{x.b+y.d+z.f} = k$

Örnekler :

4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 5$ ise aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\frac{a+c+e}{b+d+f} = 5$

II) $\frac{2a-3c+5e}{2b-3d+5f} = 5$

III) $\frac{4a-e}{4b-f} = 5$

IV) $\frac{a^2+\sqrt{c}-e^3}{b^2+\sqrt{d}-f^3} = 5$

IV) $\frac{a.c.e}{b.d.f} = 5$

5. $\frac{s}{z} = \frac{d}{x} = \frac{f}{c} = \frac{3}{2}$ ise

$\frac{s+d+f}{z+x+c}$ kaç eştir?

6. $\frac{x}{k} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n} = 3a-1$

$\frac{2x+7y+9z}{2k+7m+9n} = a+11$ ise a kaç eştir?



7. $\frac{x}{y} = \frac{z}{t} = \frac{k}{l} = 7$ ise

$$\frac{x-2z+4k}{y-2t+4l} + \frac{3z+k}{3t+l} \text{ toplamı kaçtır?}$$

8. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$\frac{3a+5c}{3b+(2x+1)d} = k \text{ ise } x \text{ kaçtır?}$$

9. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$$\frac{2a-3c}{2b+m} = k \text{ ise } d\text{'nin } m \text{ türünden eşiti nedir?}$$

10. $\frac{a}{n} = \frac{b}{r} = \frac{c}{t} = k$

$$\frac{4a-5b+2c}{4n-5r+6} = k \text{ ise } t \text{ kaç eşittir?}$$

11. $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 3$

$$2x+3y-5z = 30$$

$$2a+3b = 15$$

c kaç eşittir?

12. $\frac{a}{t} = \frac{b}{r} = \frac{c}{p} = 2$

$$2a-b-3c = 8$$

$$2r+6p = 4$$

t kaç eşittir?

13. $\frac{a+2b}{c} = \frac{b+2c}{a} = \frac{c+2a}{b} = k$ ise k kaçtır?

14. $\frac{x+2y+3z}{2x} = \frac{y+2z+3x}{2y} = \frac{z+2x+3y}{2z}$ ise

$$\frac{5y}{2z+3x} \text{ kaç eşittir?}$$



3 - Doğru Orantı : İki çokluktan biri artıyor-ken (veya azalırken), diğeri de ondan etkilenerek aynı şekilde artıyorsa (veya azalıyorsa) bu iki çokluk doğru orantılıdır denir.

Mesela

a, b, c sırası ile x, y, z ile doğru orantılı ise

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k \text{ şeklinde orantı kurulur.}$$

a : b : c = x : y : z şeklinde de gösterilir.

Not:

a ve x orantılıdır = a ve x doğru orantılıdır

(İki cümle de aynı anlamdadır)

Örnekler :

1. a, b, c sırası ile 3, 5, 8 ile doğru orantılıdır.

$$7a - 2b + c = 38 \text{ ise } b \text{ kaçtır?}$$

2. $x : y : z = 3 : 4 : 5$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 200 \text{ ise } x, y, z \text{ doğal sayılarının toplamı kaçtır?}$$

3. a - 1, 2b + 4, 4c - 2 sayıları sırası ile 4, -2, 3 ile doğru orantılıdır.

$$2a + b - c = 12 \text{ ise}$$

a kaçtır?

4. Bir baba 6, 8, 10 yaşlarındaki 3 kardeşe 360 liryı yaşları ile orantılı olacak şekilde paylaştırırsa ortanca kardeş kaç lira alır?

5. Bir gruptaki kızların sayısı 2,4 ile erkeklerin sayısı ise 3,2 ile orantılıdır. Bu grup en az kaç kişi olabilir?

6. a ve b sırası ile 2 ve 3 ile orantılıdır, b ve c sırası ile 4 ve 5 ile orantılıdır. Buna göre a, b, c sırası ile hangi sayılarla orantılıdır?



4 - Ters Orantı: İki çokluktan biri artıyorken diğeri ondan etkilenerek tam tersi şekilde azalıyor (veya biri azalırken diğeri artıyorsa) bu iki çokluk ters orantılıdır denir.

Mesela

a, b, c sırası ile x, y, z ile ters orantılı ise

$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k$ şeklinde orantı kurulur.

Örnekler:

1. $3a = 2b = 6c$

$4a + 2b + c = 60$ ise c kaçtır?

2. a, b, c sırası ile 2, 4, 6 ile ters orantılıdır.

$a + 2b - 3c = 24$ ise c kaçtır?

3. x, y, z, t sırası ile 1, 2, 3, 4 ile ters orantılıdır.

Buna göre $\frac{x-t}{y+z}$ oranı kaçta eşittir?

4. $2a + 1, 3b - 2$ sayıları sırası ile 2 ve 5 ile ters orantılıdır. Buna göre a = 7 iken b kaç olur?

5. a, b, c sayıları sırası ile x, y, z sayıları ile ters orantılıdır ve orantı sabiti 3 tür.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 6$ ise a+b+c toplamı kaçta eşittir?

6. Boyu 105 cm olan bir çubuk 8, 10, 15 sayıları ile ters orantılı uzunlukta 3 parçaya ayrılırsa kısa parça kaç cm olur?

7. Bir öğretmen sınav notları 2, 4 ve 5 olan üç öğrenciye çözmeleri için 190 soruyu, aldıkları notlarla ters orantılı olacak şekilde paylaşırsa notu 5 olan öğrenci kaç soru çözer?



5 - Doğru Orantı / Ters Orantı Karışık Sorular :

Örnekler :



1. a ve b sayıları 2 ve 3 ile doğru, c sayısı 4 ile ters orantılıdır.

$$a + c - b = 6 \text{ ise } a \text{ kaçtır?}$$

2. Bir sokaktaki A, B, C, D evlerinde sırası ile 2, 4, 6, 8 kişi yaşamaktadır. Bu mahallenin muhtarı 5900 lirası bu dört eve, A ve B evlerine kişi sayısı ile ters, C ve D evlerine kişi sayısı ile doğru orantılı olacak şekilde paylaştırırsa A evi kaç lira alır?

3. $2a - 1$ sayısı 3 ile ters, $3b + 6$ sayısı 4 ile doğru orantılıdır. Buna göre $a = 2$ için b kaç olur?

4. x sayısı;

y ile doğru, z ile ters orantılıdır.

$$x = 6, y = 2 \text{ iken } z = 4 \text{ oluyorsa,}$$

$$x = 8, z = 6 \text{ iken } y \text{ kaç olur?}$$

5. $2a - 1$ sayısı $b + 3$ ile ters, $c - 2$ ile doğru orantılıdır.

Buna göre

$$a = 3, b = -1 \text{ iken } c = 4 \text{ oluyorsa,}$$

$$a = 1, b = 2 \text{ iken } c \text{ kaç olur?}$$

6. a, b, c sayıları sırası ile 2, 3, 5 ile doğru orantılı ise bu a, b, c sayılar sırası ile hangi sayılarla ters orantılıdır?

7. 4, 6, 8 sayıları ile ters orantılı olan a, b, c sayıları sırası ile hangi sayılarla doğru orantılıdır?

8. a sayısı b ile doğru, b sayısı c ile ters, c sayısı d ile ters, d sayısı e ile doğru orantılıdır. Buna göre aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) a ve c ters orantılıdır.

II) b ve e ters orantılıdır.

III) a ve d doğru orantılıdır.

9. Aynı güçteki 6 işçinin 4 günde yaptığı bir işin 3 katını 8 işçi kaç günde yapar?
10. Bir kovanda 1200 arı 30 günde 12 kg bal üretmektedir. Bu kovandaki arı sayısı 1500 e çıkarsa 20 günde kaç kilo bal üretirler?
11. Aynı güçteki 10 işçinin günde 8 saat çalışarak 3 günde yaptığı bir işi vardır. Kaç işçi daha gelirse bu işin iki katını günde 6 saat çalışarak 5 günde yapar?
12. Bir fabrikaya gelen siparişin 40 günde üretilmesi gerekmektedir. Bu fabrikaya başka siparişler de gelince fabrika sahibi makine sayısını 2 katına çıkarıp makinelerin çalışma hızını %20 arttırıyor. Buna göre bu fabrika ilk gelen siparişin 3 katını kaç günde tamamlar?

13.



Bir iş makinesinin ön tekeleğinin yarıçapı 60 cm iken arka tekerleğinin yarı çapı 75 cm dir. Bu durumda arka tekerlek 20 defa döndüğünde ön tekerlek kaç defa döner?

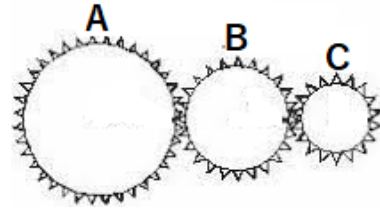
14.



Yandaki traktörün arka tekerleğinin çevresinin ön tekerleğinin çevresine oranı $\frac{5}{3}$ tür.

Bu traktör 30 metre ilerlediğinde küçük tekerlek büyük tekerlekten 6 defa fazla dönüyorsa küçük tekerleğin çeresi kaç cm dir?

15.



Yukarıdaki şekilde birbirini çeviren 3 dişli vardır. A dişlisinde 40, B dişlisinde 32, C dişlisinde 24 diş vardır. Bu üç dişli toplam 94 defa döndüğünde A dişlisi kaç defa dönmüş olur?



6 - Aritmetik Ortalama : Bir sayı grubundaki tüm sayıların toplamının sayı adedine bölüne o sayıların aritmetik ortalaması denir.



$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ için

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Mesela

Bir grup öğrencinin sınav notları 2, 3, 6, 9 ise

Grubun sınav not ortalaması :

4 tane sayı $\frac{2+3+6+9}{4} = 5$ olur.

Örnekler :

1. Bir gruptaki kişilerin yaşları 8, 10, 10, 12, 16, 28 ise bu grubun yaş ortalaması kaçtır?

2. Kerem'in ilk 3 matematik sınav notu 55, 70, 80 dir. Buna göre Kerem 4. sınavından kaç alırsa matematik not ortalaması 75 olur?

3. Bir anaokulundaki 5 öğrencinin boylarının ortalaması 90 cm dir. Boyları 105 cm ve 110 cm olan iki öğrenci daha bu 5 öğrenciye katılırsa boylarının ortalaması kaç cm olur?

4. 9 tane sayının aritmetik ortalaması 12 dir. Bu sayılardan aritmetik ortalaması 16 olan 3 tanesini çıkarırsak kalan sayıların aritmetik ortalaması kaç olur?

5. Yaş ortalaması 27 olan bir gruba yaşları 36 ve 45 olan iki kişi katılınca tüm grubun yaş ortalaması 30 oluyor. Buna göre iki kişinin katılımı ile bu grup kaç kişi olmuştur?



6. Bir sınıftaki 10 kızın not ortalaması 75, 15 erkeğin not ortalaması ise 60 dır. Buna göre sınıfın not ortalaması kaçtır?

7. Bir sınıftaki 8 kızın kilo ortalaması 55, erkeklerin kilo ortalaması ise 75 dir. Sınıfın kilo ortalaması 67 ise busınıfta kaç erkek vardır?

8. Bir gruptaki kızların yaş ortalaması 24, erkeklerin yaş ortalaması 34 tür. Tüm grubun yaş ortalaması 28 ise bu gruptaki kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı kaçtır?

9. Yaş ortalaması 18 olan bir grubun 2 yıl sonraki yaş ortalaması kaç olur?

10. Kilo ortalaması 62 olan bir grup bayan rejim yapıyorlar ve hepsi birer kilo veriyor. Grubun kilo ortalaması bu durumda kaç olur?

11. a tane sayının toplamı b dir. Bu sayıların her birine 3 eklenirse tüm bu sayıların ortalaması kaç olur?



7 - Geometrik Ortalama :

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ sayıları için



$$\text{Geometrik Ortalama} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

Mesela $\underbrace{1, 2, 4}$ sayıları için

3 tane sayı

$$\text{Geometrik Ortalama} = \sqrt[3]{1 \cdot 2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

Örnekler :

1. Aşağıdaki hangi şıklardaki sayıların geometrik ortalaması doğru verilmiştir?

I) 4 ve 9 → Geo. Ort. = 6

II) 1, 3, 9 → Geo. Ort. = 3

III) $\frac{1}{6}, 10, 15, 25$ → Geo. Ort. = 10

IV) 7, 7, 7, 7, 7 → Geo. Ort. = 7

2. $\frac{1}{3}, \frac{3}{10}, 5, x$ sayılarının geometrik ortalaması

2 ise x kaçtır?

3. $\sqrt{13} - 3$ ve $\sqrt{13} + 3$ sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

4. $4^7, 8^6, 2^{10}$ sayılarının geometrik ortalaması 16^{x-1} ise x kaçtır?

5. a ve b sayılarının geometrik ortalaması $3\sqrt{2}$
a, b, c sayılarının geometrik ortalaması 6 ise c kaçtır?

6. m ve n sayılarının aritmetik ortalaması 4, geometrik ortalaması 3 ise bu iki sayının kareleri toplamı kaçtır?

7. İki eşit pozitif sayının aritmetik ortalamalarının geometrik ortalamalarına oranı kaçtır?

