



1- POLİNOMLARI TANIYALIM

Örnekler :

1. Aşağıdaki polinomu inceleyelim.

$$P(x) = 5x^4 - 3x^2 - x + 8$$

* Derecesi =

* Baş Katsayısı =

* Katsayılar Toplamı =

* Sabit Terimi =

2. Aşağıdaki polinomu inceleyelim.

$$P(x) = (x^2 - 1) \cdot (x + 3)$$

* Derecesi =

* Baş Katsayısı =

* Katsayılar Toplamı =

* Sabit Terimi =

3. $P(x) = a \cdot x^b + c \cdot x^2 - 2x + d$ polinomunun

* Derecesi = 4

* Baş Katsayısı = 5

* Katsayılar Toplamı = 2

* Sabit Terimi = -7

ise $a+b+c+d$ toplamı kaçtır?



4. $P(x) = x^{2n+1} - 4x^2 - n + 8$

polinomu 9. dereceden bir polinom ise sabit terimi kaçtır?

5. $P(x) = (a - 1)x^6 + 4x^4 - ax + b$

$P(x)$ polinomu 4. derece bir polinom ve katsayılar toplamı 10 ise sabit terimi kaçtır?

6. $P(x) = (a + 1)x^6 + (2b - 1)x^{10} + a + b$

$P(x)$ polinomunun baş katsayısı 7 ve sabit terimi 5 ise katsayılar toplamı kaçtır?



2 – POLİNOM OLMA ŞARTI

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x^1 + a_0$$



Kural 1 : x'in kuvvetleri doğal sayı olmalı

$$\{n, n-1, n-2, \dots\} \in \mathbb{N}$$

Kural 2 : Katsayılar reel sayı olmalı

$$\{a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0\} \in \mathbb{R}$$

Örnekler :

1. Aşağıdakilerden hangileri polinomdur?

I) $P(x) = 7x^2 - 5x + 6$

II) $P(x) = x^{-2} + \sqrt{-4} \cdot x + 1$

III) $Q(x) = \frac{3}{5}x^7 + 8\sqrt{x} + 2$

IV) $T(x) = 5$

2. Aşağıdakilerden hangileri polinomdur?

I) $P(x) = \frac{1}{x^5} - \sqrt{-3}x + 1$

II) $Q(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

III) $R(x) = \sqrt{3}$

IV) $T(x) = \sqrt{2}x^3 - \frac{1}{7}$

3. $P(x) = 2x^6 + 3x^{\frac{10}{n}} + 4x^{n-5} + 1$

$P(x)$ bir polinom ise n'nin alacağı değerler neler olabilir?

4. $P(x) = 2x^{\frac{12}{n}} - x^{\frac{n}{4}} + x^{7-n} + 2$

$P(x)$ bir polinom ise n kaçtır?

5. $P(x) = x^3 + x^{\frac{2n+3}{n}} - 2x^{n-3} + 1 + n$

$P(x)$ bir polinom ise sabit terimi kaçtır?



3 – POLİNOMLARDA DERECE



$$P(x) = x^5 \quad \text{olsun.} \quad \rightarrow \quad \text{Derece} = 5$$

$$Q(x) = x^3 \quad \text{olsun.} \quad \rightarrow \quad \text{Derece} = 3$$

Kurallar :

1 - Çarpmada dereceler toplanır.

$$P(x).Q(x) = x^5 . x^3 = x^{5+3} = x^8 \quad \rightarrow \quad \text{Der} = 8$$

2 - Bölmede dereceler çıkarılır.

$$P(x) : Q(x) = \frac{x^5}{x^3} = x^{5-3} = x^2 \quad \rightarrow \quad \text{Der} = 2$$

3 - Kuvvet ile derece çarpılır.

$$P^4(x) = (x^5)^4 = x^{5.4} = x^{20} \quad \rightarrow \quad \text{Der} = 20$$

4 - Bileşkede dereceler çarpılır. (İç içe yazma)

$$P(Q(x)) = (x^3)^5 = x^{3.5} = x^{15} \quad \rightarrow \quad \text{Der} = 15$$

5 - Toplama çıkarmada büyük olanın derecesi alınır.

$$P(x) + Q(x) = x^5 + x^3 \quad \rightarrow \quad \text{Der} = 5$$

$$P(x) - Q(x) = x^5 - x^3 \quad \rightarrow \quad \text{Der} = 5$$

Örnekler :

1. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$$d(P(x)) = 7 \quad \text{ve} \quad d(Q(x)) = 4 \quad \text{ise}$$

aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulun.

a) $\text{der}(P(x).Q(x)) =$

b) $\text{der}(P(x) : Q(x)) =$

c) $\text{der}(P^3(x)) =$

d) $\text{der}(P(Q(x))) =$

e) $\text{der}(P(x) + Q(x)) =$

f) $\text{der}(P^2(x).Q^5(x)) =$

g) $\text{der}\left(\frac{P^4(x)}{Q^3(x)}\right) =$

h) $\text{der}(P(x^3 + 1).Q(2x - 1).(2x^5 + 1)) =$

i) $\text{der}(P(x^2 + x + 1) - x^4 . Q(3x)) =$



2. $\text{der}(P(x)) = 6$

$\text{der}(Q^2(x)) = 8$

$\text{der}(P^3(x).Q(x))$ kaçadır?

3. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x + 4$

$\text{der}(P^2(x)) + \text{der}(P(x^3 - 1))$ kaçadır?

4. $P(x, y) = x^4.y.z^5 + 2x^3.y^4 - 3z + 4y.z$

$\text{der}(P(x, y))$ kaçadır?

5. $P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinom olmak üzere,

$\text{der}(P(x).Q(x)) = 11$

$\text{der}\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right) = 3$

$\text{der}(P(x) + Q(x))$ kaçadır?

6. $P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinom olmak üzere,

$\text{der}(P^4(x).Q(x^2 - 1)) = 24$

$\text{der}\left(\frac{P(x^3 + x)}{Q^2(3x)}\right) = 11$

$\text{der}(P(x) + Q(x) - x^6)$ kaçadır?

7. $P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinom olmak üzere,

$\text{der}(P(x) + Q^3(x)) = 9$

$\text{der}(P(x) + x^3 + x + 2) = 5$

$\text{der}\left(\frac{P^2(x)}{Q(x^3)}\right)$ kaçadır?



4 – SABİT TERİM VE KATSAYILAR TOPLAMI



Örnekler :

1. $P(x) = x^2 - 7x + 9$ polinomu için

a) $P(x)$ in **sabit terimi** kaçtır?

b) $P(x)$ in **katsayılar toplamı** kaçtır?

c) $P(2x+3)$ ün **sabit terimi** kaçtır?

d) $P(x^2 + 2x - 1)$ in **katsayılar toplamı** kaçtır

2. $P(x) = (x^2 - 2x - 1)^3 \cdot (x + 1)^2 + 2x + 4$ polinomu için

a) $P(x^2 - 1)$ in **sabit terimi** kaçtır?

b) $P(3x - 1)$ in **katsayılar toplamı** kaçtır?

3. $P(x + 2) = x^3 + 6x^2 - 4x - 17$ polinomu için

a) $P(x)$ polinomunun **sabit terimi** kaçtır?

b) $P(2x+1)$ polinomunun **katsayılar toplamı** kaçtır?

c) $P(x^2 + x - 1)$ polinomunun **sabit terimi** kaçtır?

4. $P(x) = x^3 + ax - 2$

$P(x+1)$ polinomunun **katsayılar toplamı**,

$P(3x-1)$ polinomunun **sabit terimine**

eşit ise a kaçtır?

5. $P(x + 2) + x \cdot Q(x - 3) = x^3 + 2x - 2$

$P(x+4)$ polinomunun **sabit terimi** 2 ise

$Q(3x-4)$ polinomunun **katsayılar toplamı** kaçtır?



5- TEK VE ÇİFT DERECELİ TERİMLERİN KATSAYILARI TOPLAMI



Tek Dereceli Terimlerin Çift Dereceli Terimlerin

Katsayıları Toplamı

Katsayıları Toplamı

$$\frac{\begin{pmatrix} x = 1 \\ \text{ver} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x = -1 \\ \text{ver} \end{pmatrix}}{2}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} x = 1 \\ \text{ver} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x = -1 \\ \text{ver} \end{pmatrix}}{2}$$

Örnekler :

1. $P(x) = (x^2 - x + 2)^3$

$P(x)$ polinomunun tek dereceli ve çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamını bulunuz?

2. $P(x) = (x - 1)^4 + x^3 + 1$

$P(x + 1)$ polinomunun tek dereceli ve çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamını bulunuz?

6- POLİNOMLARIN EŞİTLİĞİ



İki polinom eşit ise aynı dereceli terimlerin katsayıları eşittir.

Örnekler :

1. $P(x) = 2x^3 + (a - 1)x^2 - bx + 2x + c + 1$

$$Q(x) = dx^3 + 5x^2 + 6$$

$P(x) = Q(x)$ ise $a+b+c+d$ toplamı kaçtır?

2. $(2 - x)(ax^2 + bx + c) = 2x^3 + 3x^2 - dx + 4$
ise $a+b+c+d$ toplamı kaçtır?

3. $\frac{4x - 3}{x^2 + x - 6} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 2}$ ise $A+B$ kaç eşittir?



7 - SABİT POLİNOM, SIFIR POLİNOM,

DOĞRUSAL POLİNOM

Sabit Polinom :

$$P(x) = c \quad (\text{Dışarıda } x \text{ yok})$$

$$\text{Mesela } P(x) = 7 \quad \text{veya} \quad P(x) = a$$

Örnek :

$$1. P(x) = (a+1)x^2 + (b-3)x + ab + 10$$

$P(x)$ sabit polinom ise $P(44)$ kaç eşittir?

Sıfır Polinom :

$$P(x) = 0 \quad (\text{Dışarıda sadece sıfır var})$$

Örnek :

$$1. P(x) = (a-3)x^3 + (2b-4)x^2 + ab + c$$

$P(x)$ sıfır polinom ise c kaçtır?

Doğrusal Polinom :

Birinci dereceden polinomlardır.

$$P(x) = ax + b$$

Örnekler :

3. $P(x)$ doğrusal bir polinom olmak üzere,

$$P(1) = 8 \quad \text{ve} \quad P(-2) = 2$$

ise $P(4)$ kaç eşittir?

4. $P(x)$ doğrusal bir polinom olmak üzere,

$$P(x+1) + P(x-2) = 6x + 11$$

ise $P(0)$ kaç eşittir?

$$5. P(x).P(x+1) = 9x^2 + 15x + 4$$

ise $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?



8 - POLİNOMLARDA BÖLME İŞLEMİ



Örnekler :

1. $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 9$

$P(x)$ polinomunun $x-2$ ile bölümünde bölümü ve kalanı bulun.

1.Yol : Sentetik Bölme

2.Yol : Horner metodu

2. $P(x) = x^5 + x^2 + 7$

$P(x)$ polinomunun $x+1$ ile bölümünde bölümü ve kalanı bulun.

1.Yol : Sentetik Bölme

2.Yol : Horner metodu



3. $P(x) = \frac{x^3 + 4x - 5}{x - 1}$

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

4. $P(x) = x^3 + 3x^2 - x + 2$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünde bölüm ile kalanın toplamı kaçtır?

5. $(x^2 + x) \cdot P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x$

$P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

6. $P(x) = (x^2 + x - 6) \cdot Q(x) + 3x + 11$

$P(x)$ polinomunun $x+3$ ile bölümünde bölüm ve kalan nedir?



9 - BÖLME İŞLEMİNDE KALAN BULMANIN

KISA YOLU 1

($x \pm a$ ile bölümünden kalan bulma)



- * Polinomu ne ile bölüyorsak onu sıfıra eşitle,
- * Bulduğun değeri polinomda koy.

Örnekler :

1. $P(x) = x^3 + 2x - 3$

a) $P(x)$ polinomunun $x-3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

b) $P(2x+1)$ polinomunun $x+2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

c) $P(x^2 + x + 1)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

2. $P(3x+2) = x^3 - 4x + 6$

$P(x+7)$ polinomunun $x+2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

3. $P(x+2) = 2x^2 - x - 3 + m$

$P(x+1)$ polinomunun $x-2$ ile bölümünden kalan 4 ise $P(x+4)$ polinomunun sabit terim kaçtır?

4. $P(x+1) = Q(x-1) - x^3 + 10x$

$P(2x)$ polinomunun $2x-4$ ile bölümünden kalan 7 ise $Q(x^2+1)$ polinomunun $3x+3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

5. $P(x+3) + P(x^2+1) = x^3 - 9x + n$

$P(x+1)$ polinomu $x-4$ ile tam bölünüyor. Buna göre $P(7x+1)$ polinomunun $2x$ ile bölümünden kalan kaçtır?



6. $P(x) = x^2 + 5x - 2 - 6m + x.Q(x + 3)$

$P(x + 4)$ polinomunun bir çarpanı $x + 2$,

$Q(x)$ polinomunun bir çarpanı $x - 5$ ise

m kaçtır?

7. $P(x + 1)$ ve $Q(x + 1)$ polinomlarının katsayıları toplamı sırası ile 5 ve 7 dir.

$$\left[\frac{P(x) + 1}{Q(x) - 1} + x^2 - 6 \right]$$

ifadesinin $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

8. $P(x, y) = (x - y + 1)^3 + 3x - 3y + 1$

$P(x, y)$ polinomunun $x - y - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

9. $(x - 2).P(x) = x^2 + ax + 6$

$P(x + 4)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

10. $(x - 1).P(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + m$

$P(4x - 3)$ polinomunun $5x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

11. $P(x) = (x - 5)^{2a+1} + 2.(x + 7)^a + 3^{2b+6}$

polinomu $x - 2$ ile tam bölünüyor ise a ve b doğal sayıları arasındaki bağıntı ne olmalıdır?



10 - BÖLME İŞLEMİNDE KALAN BULMANIN

KISA YOLU 2

($x^n + \dots$ ile bölümünden kalan bulma)



Örnekler :

1. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan nedir?

2. $P(x) = x^{15} - 3x^{10} - 2x^6 + 4x^2 - 5x + 21$

polinomunun $x^5 + 2$ ile bölümünden kalan nedir?

3. $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 3$

polinomunun $x^2 - x - 2$ ile bölümünden kalan nedir?

4. $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 5$

polinomunun $x^2 + 2x - 3$ ile bölümünden kalan $3x + 4$ ise $a+b$ toplamı kaçta eşittir?

5. $P(x) = 2x^4 + ax^2 + bx - c + 2$

polinomu $x^3 + 2x$ ile bölünüyorsa $a + b + c$ toplamı kaçtır?

6. $(x^2 - 2x) \cdot P(x) = x^3 + x^2 + mx - n + 1$

$P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan nedir?



11 - BÖLME DENKLEMİ YAZARAK BAŞLANAN SORULAR



Örnekler :

1. $P(x)$ polinomunun $x^2 + 2x - 3$ ile bölümünden kalan $2x+5$ ise $P(x)$ polinomun **katsayılar toplamı** kaçtır?
2. $P(x)$ polinomunun $x^3 + x$ ile bölümünden kalan $x^2 + 2x + 3$ ise $P(x)$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan nedir?
3. $P(x)$ polinomunun $x^3 - x + 2$ ile bölümünde bölüm $x^2 + x + 3$ kalan $7x - 1$ ise $P(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan nedir?

4. $P(x)$ polinomunun $x^2 + 2$ ile bölümünde bölüm $Q(x)$, kalan $2x - 4$ dür. $Q(x+1)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünde kalan 3 ise $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?
5. $P(x)$ polinomunun $x^3 + 1$ ile bölümünde kalan $x^2 + x + 3$ ise $P(x)$ polinomunun $x^2 - x + 1$ ile bölümünden kalan nedir?
6. $P(x)$ polinomunun $x^4 - 9$ ile bölümünde kalan $x^3 + 2$ ise $P^2(x)$ polinomunun $x^2 - 3$ ile bölümünden kalan nedir?



12 - BÖLME DENKLEMİNDE KALAN POLİNOMUNUN DERECESİ BÖLEN POLİNOMUNUN DERECESİNDEN KÜÇÜKTÜR

$$\begin{array}{r|l} P(x) & B(x) \\ \hline & Q(x) \\ \hline K(x) & \end{array} \quad P(x) = \underbrace{B(x)}_{\text{Bölen}} \cdot Q(x) + \underbrace{K(x)}_{\text{Kalan}}$$

$\text{der}(K(x)) < \text{der}(B(x))$



Polinomları Derecelerine Göre Yazma

0. derece polinomlar : a
1. derece polinomlar : $ax + b$
2. derece polinomlar : $ax^2 + bx + c$
3. derece polinomlar : $ax^3 + bx^2 + cx + d$

Örnekler :

1. $P(x)$ polinomunun
 $x - 1$ ile bölümünden kalan 5,
 $x + 3$ ile bölümünden kalan -3 ise
 $P(x)$ polinomunun $x^2 + 2x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

2. $P(x + 1)$ polinomunun **sabit terimi 3**,
 $P(x + 2)$ polinomunun **katsayılar toplamı 9** ise
 $P(x - 1)$ polinomunun $x^2 - 6x + 8$ ile bölümünden kalan nedir?

3. $P(x)$ polinomunun x ile bölümünde kalan 2, $x - 1$ ile bölümünden kalan 6 ve $x + 1$ ile tam bölünüyorsa $P(x)$ polinomunun $x^3 - x$ ile bölümünden kalan nedir?

4. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünde kalan 3,
 $x^2 - 2x$ ile bölümünden kalan 5 ise $x^2 - 3x + 2$ ile bölümünden kalan nedir?



13 - BÖLÜM POLİNOMUNUN DERESESİNİN

SAPTANDIĞI SORULAR



Örnekler :

1. $P(x)$ üçüncü dereceden polinom olmak üzere,
 $x^3 - x + 2$ ile tam bölünüyor.
 $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 4 ise
 $P(x)$ polinomunun **sabit terimi** kaçtır?

2. $P(x)$ başkatsayısı 4 olan 3. derece bir polinom ve
 $P(x)$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan
 $2x + 5$ dir. $P(x)$ polinomunun **katsayılar toplamı** 11
ise x ile bölümünden kalan kaçtır?

3. $(x - 2)$ ile tam bölünen 2. derece $P(x)$ polinomunun
 $(x - 1) \cdot (x + 2)$ ile bölümünden kalan 8 dir.
Bu polinomun $(x + 1)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

4. $P(x)$ dördüncü dereceden bir polinom olup $(x + 1)$,
 $(x - 2)$ ve $(x + 4)$ e tam bölünüyor.
 $P(x)$ polinomunun **sabit terimi** 0, **katsayılar toplamı**
8 ise $P(3)$ kaçtır?

5. $P(x)$ **katsayılar toplamı** 19 olan 3. dereceden bir polinomdur.
 $P(-1) = P(2) = P(4) = 7$ ise $P(0)$ kaçtır?



14 - BİR POLİNOMUN PARANTEZ KUVVETİNE



TAM BÖLÜNEN POLİNOMLAR

Örnekler :

1. $P(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ polinomu $(x - 1)^2$ ile tam bölünüyorsa b kaçtır?

2. $P(x) = 2x^3 + 2ax^2 + bx + c$ polinomu $(x + 1)^3$ ile tam bölünüyorsa c kaçtır?