



Türevin Geometrik Yorumu



1 - Türev Yardımı ile Eğim Bulma

Bilgi: Bir fonksiyonun $x=a$ apsisli noktasındaki türevi o noktadaki **teğetin eğimini** verir.

Bilgi: Nokta üzerinde bulunduğu eğriyi/doğruyu sağlar.

Soru - 1 - $f(x) = x^3 - 8x^2 - 2$ fonksiyonunun

a) $x = 1$ apsisli noktasındaki

b) $x = 3$ apsisli noktasındaki

c) $x = 5$ apsisli noktasındaki

teğetin eğimi kaçtır?

teğetin eğimi kaçtır?

normalin eğimi kaçtır?

Soru - 2 - $f(x) = (x^2 + 1)^3$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisli noktasında **teğetin** ve **normalin** eğimi kaçtır?

Soru - 3 - $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ fonksiyonunun $x = 0$ apsisli noktasındaki **teğetin** eğim açısı kaç derecedir?

Cevaplar:

1) a) -13 b) -21 c) $\frac{1}{5}$

2) a) 24 b) $-\frac{1}{24}$

3) 135°

Türevin Geometrik Yorumu



2 - Teğet Denklemi

Soru – 1 – $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 7$ fonksiyonunun $x = 1$ apsisi noktasındaki

a) Teğetin denklemini bulunuz.

b) Normalin denklemini bulunuz.

Soru – 2 – $f(x) = (2x - 1) \cdot (x + 1)^3$ fonksiyonunun $x = 0$ apsisi noktasındaki

a) Teğetin denklemini bulunuz.

b) Normalin denklemini bulunuz.

Soru – 3 – $f(x) = x^3 - 1$ fonksiyonunun $y = 0$ apsisi noktasındaki teğetin eksenlerle yaptığı üçgenin alanı kaç birimkaredir?

Cevaplar: 1) a) $y - 2x - 7 = 0$ b) $2y + x - 19 = 0$ 2) a) $y + x - 1 = 0$ b) $y - x - 1 = 0$ 3) $\frac{3}{2}$

Türevin Geometrik Yorumu



3 - Eğim ve Teğet Denklemi Karışık Sorular

Soru - 1 - $f(x) = \frac{2x - a}{x - 3}$ fonksiyonunun $x = 2$ apsisi noktasında **teğetin** eğimi -5 ise a kaçtır?

Soru - 2 - $f(x) = \sqrt{x + 3}$ fonksiyonunun hangi noktasındaki **teğetin** eğimi $\frac{1}{4}$ tür?

Soru - 3 - $f(x) = ax^2 + 4$ eğrisine apsisi $x = 2$ olan noktadan çizilen **teğet** x eksenine ile pozitif yönde 60 derece açı yapıyorsa a kaçtır?

Cevaplar:

1) 1

2) 1

3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Türevin Geometrik Yorumu

Soru – 4 – $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$ fonksiyonunun $y = 3x + 2$ doğrusuna paralel teğetlerinin değme noktalarının ordinatlarını bulunuz.

Soru – 5 – $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ fonksiyonunun hangi noktadaki teğetleri $y + 4x - 1 = 0$ doğrusuna diktir?

Soru – 6 – $f(x) = \frac{ax}{2x-1}$ eğrisinin $x = 1$ noktasındaki teğeti $y + 2x + 7 = 0$ doğrusuna paralel ise a kaçtır?

Cevaplar:

4) $(2, \frac{2}{3})$ veya $(-2, -\frac{2}{3})$

5) $(0, \frac{1}{2})$ veya $(-4, \frac{3}{2})$

6) 2

Türevin Geometrik Yorumu

Soru – 7 – $f(x) = x^3$ eğrisi $y = 12x + n$ doğrusuna teğet ise n kaçtır?

Soru – 8 – $f(x) = x^3 + ax + b$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisi noktasındaki teğeti $y = 5x + 9$ ise b kaçtır?

Soru – 9 – $f(x) = x^2 + ax + b$ fonksiyonunun $A(1, 2)$ noktasındaki teğeti bir teğeti $y + cx + 6 = 0$ ise $a + b + c$ kaçtır?

Cevaplar:

7) – 16 veya 16

8) 7

9) – 7

Türevin Geometrik Yorumu



4 - x-ksenine Paralel Teğetler

Not : x eksenine paralel doğruların eğimleri sıfırdır.

Soru – 1 – $y = x^3 - 12x + 6$ eğrisinin x eksenine paralel teğetlerinin eğriye teğet olduğu noktaları bulunuz.

Soru – 2 – $y = x^2 + ax + b$ eğrisi $x = -1$ de x eksenine teğet ise b kaçır?

Soru – 3 – $y = x^3 + ax^2 - x + b$ eğrisi $x = 2$ apsisli noktada $y = 4$ doğrusuna teğet ise b kaçır?

Cevaplar:

1) $(2, -10)$ veya $(-2, 22)$

2) 1

3) 9

Türevin Geometrik Yorumu

5 - En Yakın Nokta, Dışarıdan Çizilen Teğet, Teğetin Eğriyi Kestiği Nokta



Bir eğrinin bir doğruya en yakın noktası: Eğrinin doğruya en yakın noktasından doğruya paralel bir teğeti çizilir.

Soru - 1 - $y = x^2 - 2x + 1$ eğrisinin $y = 4x + 20$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatlarını bulunuz.

Bir eğriye dışındaki bir noktadan çizilen teğet: Türev ile bulduğun eğimi analitik geometri ile bulduğun eğime eşitle.

Soru - 2 - $y = x^2 - 3x$ parabolünün bir teğeti y eksenini $A(0, -4)$ noktasında kesiyorsa bu teğetin parabole değme noktasının koordinatlarını bulun.

Bir eğrinin teğetinin eğriyi kestiği nokta: Eğri ile teğeti ortak çöz.

Soru - 3 - $y = x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ eğrisinin $x = 1$ deki teğeti eğriyi hangi noktada keser?

Cevaplar:

1) (3,4)

2) (2, -2) veya (-2, 10)

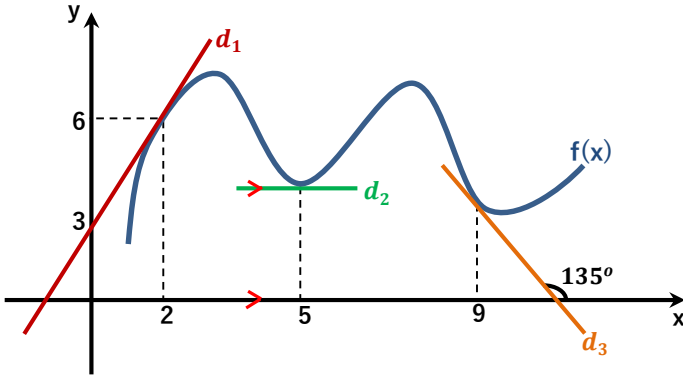
3) (2, -3)

Türevin Geometrik Yorumu



6 - Grafiklerde Türevin Geometrik Yorumu

Soru - 1



Yandaki şekilde $f(x)$ eğrisinin d_1 , d_2 , d_3 teğetleri çizilmiştir. d_2 teğeti x eksenine paraleldir. Buna göre aşağıdaki soruları çözünüz.

a) $f(2) + f'(2) = ?$

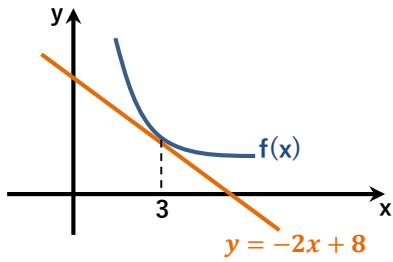
b) $f'(5) = ?$

c) $f'(9) = ?$

d) $h(x) = x \cdot f(x) + f(x^2 + 5)$

ise $h'(2) = ?$

Soru - 2



Yandaki grafikte $f(x)$ eğrisinin $y = -2x + 8$ doğrusu çizilmiştir

$h(x^2) = \frac{f(2x-1)}{x}$ ise $h'(4)$ kaçtır?

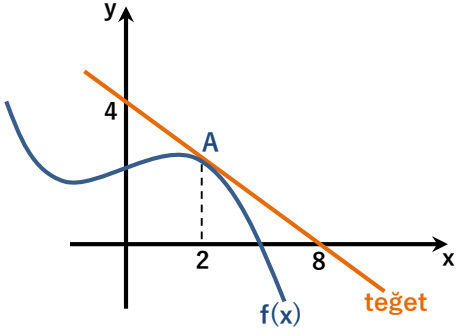
Cevaplar:

1) a) $\frac{15}{2}$ b) 0 c) -1 d) 5

2) $-\frac{5}{8}$

Türevin Geometrik Yorumu

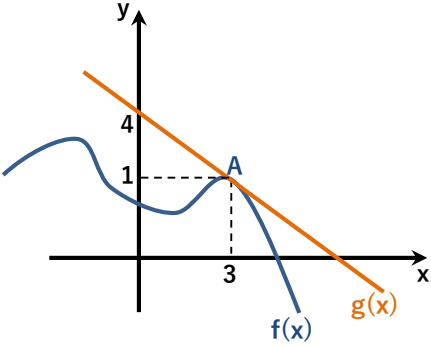
Soru – 3



Yandaki grafikte $f(x)$ eğrisinin A noktasındaki **teğeti** çizilmiştir.

$$g(2x) = (f(x))^2 - x^3 + x \quad \text{ise} \quad g'(4) \text{ kaçtır?}$$

Soru – 4



Yandaki grafikte $f(x)$ eğrisinin A noktasındaki **teğeti** çizilmiştir.

$h(x) = (g \circ f)(x)$ ise $h(x)$ fonksiyonunun $x = 3$ apsisli noktasındaki teğet denklemini yazınız.

Cevaplar:

3) -7

4) $y = x$