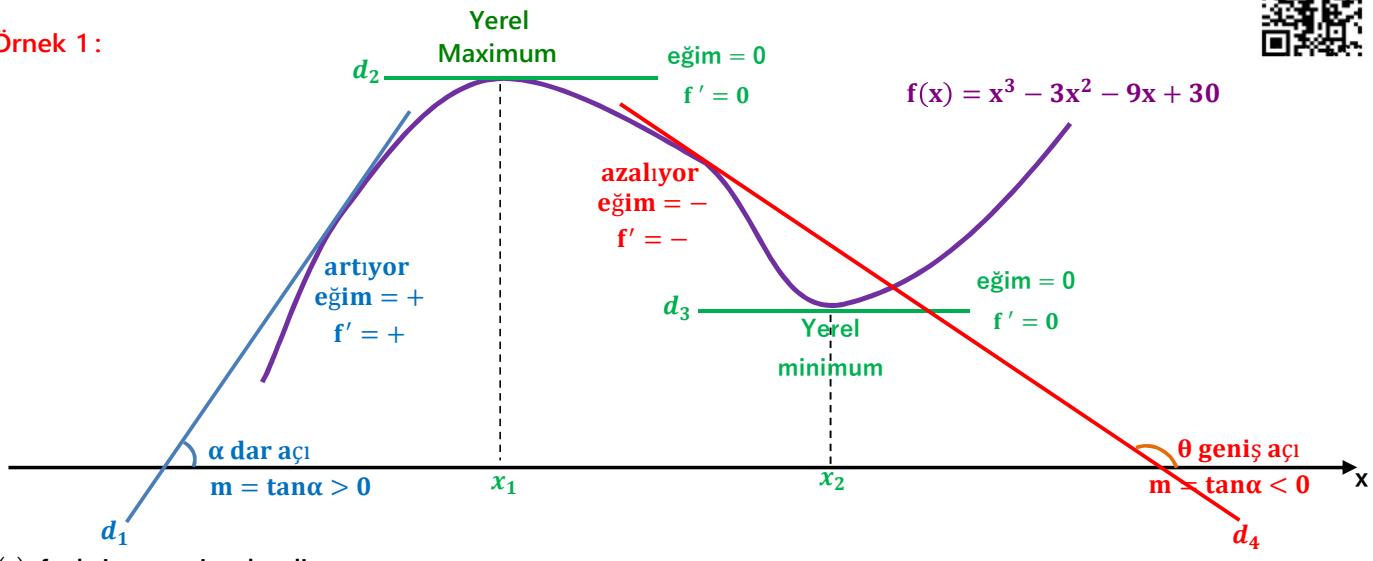


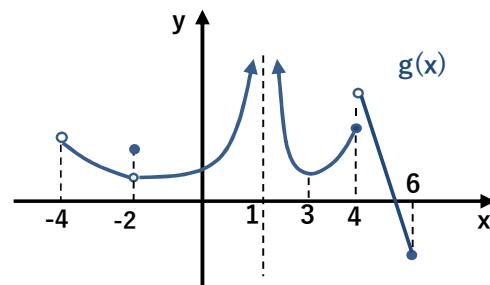
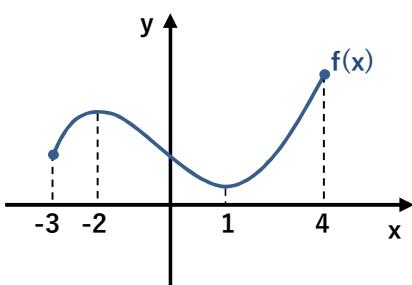


## 1 - Bir Fonksiyonun Maksimum/Minimum Noktaları, Artan Azalan Olduğu Yerler :

Örnek 1:

 $f(x)$  fonksiyonunu inceleyelim\* Hangi  $x$  değerleri için **artıyor** ve hangi  $x$  değerleri için **azalıyor** bulalım. (1. türevin pozitif ve negatif olduğu yerler)\* **Maximum ve minimum** noktalarının  $x$  lerini, **maximum ve minimum değerlerini** bulalım. (1. türev = 0)

## YEREL MAXİMUM/MİNİMUM VE MUTLAK MAXİMUM/MİNİMUM KAVRAMI

Örnek 2 : Aşağıdaki  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının maximum ve minimum noktalarını inceleyelim

Cevaplar :

Örnek 1:

- A(-1,35) max noktası  
B(3,3) minimum noktası  
 $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$  artan olduğu aralık  
 $(-1, 3)$  azalan olduğu aralık

Örnek 2 (Sol grafik) :

- $x = 4$  mutlak max  
 $x = -2$  yerel max  
 $x = 1$  mutlak min  
 $x = -3$  yerel min

Örnek 2 (Sağ grafik) :

- mutlak max YOK  
 $x = -2$  yerel max  
 $x = 3$  yerel min  
 $x = 6$  mutlak min

# TÜREV VE EXTRAMUM NOKTALARI

**Soru 1.**  $y = f(x) = x^2 - 6x + 1$  parabolünün minimum değerini bulunuz.

**Soru 2.**  $y = x^3 - 3x + 7$  fonksiyonunun maximum değeri minimum değerinden kaç fazladır?

**Soru 3.**  $f(x) = 3x^2 - 12x + 4$  fonksiyonunun arttıgı ve azaldıgı aralıklarını bulunuz.

## TÜREV VE EXTRAMUM NOKTALARI

**Soru 4.**  $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 1$  için  $f(x)$  fonksiyonunun maximum noktasının apsisini ve maximum değerini bulunuz?

**Soru 5.**  $y = f(x) = x^3 - 12x + 4$  için  $f(x)$  fonksiyonunun minimum noktasının apsisini ve maximum değerini bulunuz?

**Soru 6.**  $y = f(x) = \frac{x-2}{x^2+5}$  fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz?

## TÜREV VE EXTRAMUM NOKTALARI

**Soru 7.**  $f(x) = x^4 + 2x^2 - ax + 1$  fonksiyonunun  $x = 1$  de extramumu varsa a kaçtır?

**Soru 8.**  $f(x) = -x^2 + nx + 1$  parabolünün  $x = 3$  de maximim değerini alıyorsa bu maximum değer kaçtır?

**Soru 9.**  $y = x^3 - nx + m$  eğrisinin minimum noktası  $(2, 5)$  ise m kaçtır?

**Soru 10.**  $f(x) = -x^2 + ax + 3$  fonksiyonunun maximum değeri 7 ise a'nın pozitif değeri kaçtır?

**Soru 11.**  $y = x^3 + x^2 - 15x - 9$  eğrisinin extramum noktalarının apsisleri çarpımı kaçtır?

**Soru 12.**  $f(x) = x^3 + (a - 1)x^2 + 5x + 2$  fonksiyonunun extramum noktalarının apsisleri toplamı  $-4$  ise a kaçtır?

**Soru 13.**  $f(x) = (x - 2)^3(x + 2)$  için  $f(x)$  fonksiyonunun extramum noktalarını (max, min) bulunuz.

**Soru 14.**  $y = \frac{x^2}{x - 3}$  eğrisinin azalan olduğu aralığı bulunuz.

**Soru 15.**  $y = f(x) = \frac{x - 2}{x^2}$  fonksiyonunun extramum noktalarını bulunuz.

**Soru 16.**  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1$  fonksiyonunun türevinin minimum değeri kaçtır?

**Soru 17.**  $f(x) = x^4 - 24x^2 + 2$  fonksiyonunun türevinin azalan olduğu aralığı bulun.

**Soru 18.**  $f(x) = x^3 - ax^2 + 6x + 7$  için  $f'(x)$  in minimum değeri  $-6$  ise  $a$  kaç olabilir?

## 2 - Bir Fonksiyonun Bir Aralıktaki Maksimum Min,mum Değerleri :



**Soru 1.**  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  fonksiyonunun  $[-1, 3]$  aralığındaki min ve max değerlerini bulunuz.

**Soru 2**  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  fonksiyonunun  $[3, 7]$  aralığındaki min ve max değerlerini bulunuz.

**Soru 3.**  $f(x) = x^3 - 12x + 1$  eğrisinin  $[0, 5]$  aralığındaki min ve max değerlerini bulunuz.



## 3 - Daima Artan/Azalan Fonksiyonlar :

**Soru 1.**  $y = x^5 + 7x + 3$  eğrisinin azalan olduğu aralığı bulunuz?

**Soru 2.**  $y = \frac{3x+1}{x-4}$  eğrisinin artan olduğu aralığı bulunuz.

**Soru 3.**  $y = -x^3 - 4x^2 - 7x + 3$  eğrisinin azalan olduğu aralığı bulunuz?

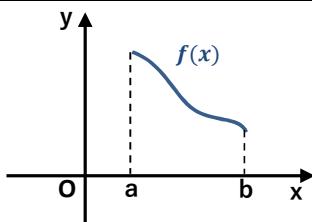
**Soru 4.**  $f(x) = x^3 + 6x^2 - ax - 5$  fonksiyon daima artan bir fonksiyon ise a tam sayısı en çok kaç olabilir?

**Soru 5.**  $f(x) = \frac{2a}{3}x^3 - 2x^2 + 2ax + 2$  fonksiyonu daima azalan bir fonksiyon ise a tam sayısı en çok kaç olabilir?

**Soru 6.**  $f(x) = \frac{3x+a}{2x+4}$  eğrisi daima artan bir eğri ise a nin aralığı nasıl olmalıdır?

## TÜREV VE EXTRAMUM NOKTALARI

**Soru 7.**



Yandaki  $f(x)$  fonksiyonuna göre

aşağıdakilerden hangisi/hangileri daima  
artan bir fonksiyondur?

I)  $f(x) = 2x$

II)  $x^2 - f(x)$

III)  $x \cdot f(x)$

IV)  $f^2(x)$

**Soru 8.**  $f(x)$  fonksiyonu  $(-\infty, 0)$  aralığında pozitif tanımlı daima azalan bir fonksiyon ise

aşağıdakilerden hangisi veya hangileri aynı aralıkta daima azalan bir fonksiyondur?

I)  $f(x^2)$

II)  $f(x) + x^2$

III)  $\frac{f(x)}{x}$

IV)  $x \cdot f(x)$

V)  $f^2(x)$

**Soru 9.**  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının her  $x$  değeri için  $\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} < 0$  ise

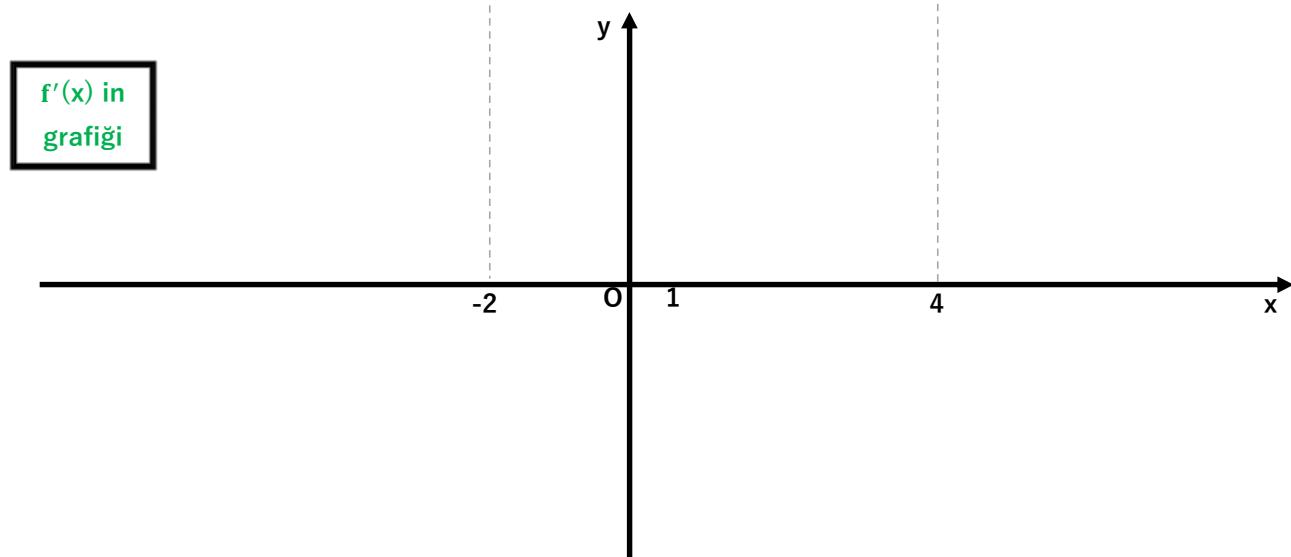
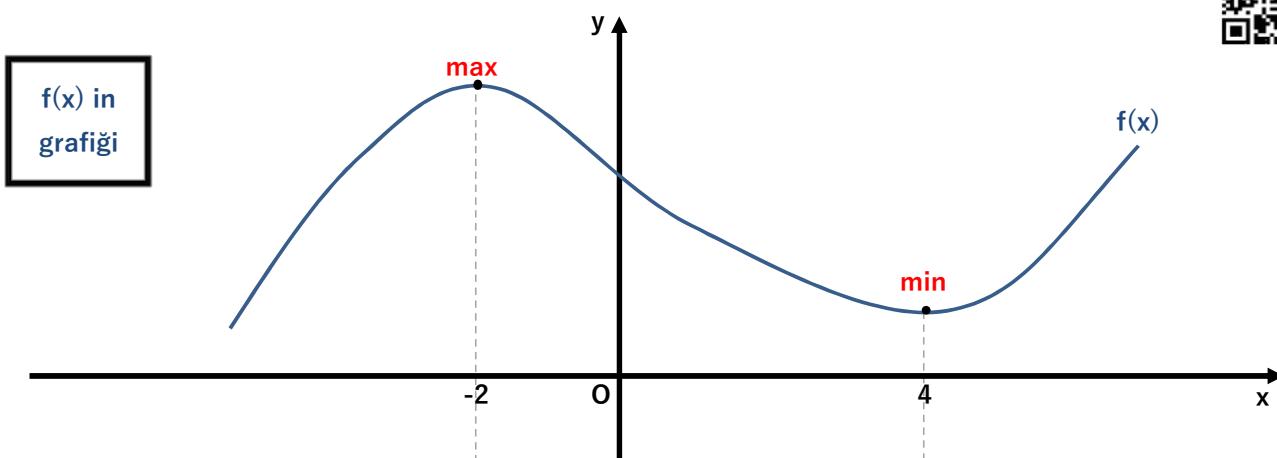
aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

I)  $f(x) - g(x)$  daima artandır

II)  $f(x) \cdot g(x)$  daima azalandır.

III)  $\frac{f(x)}{g(x)}$  daima azalandır.

## 4 - Bir Fonksiyonun ve Türevinin Grafikleri Arasındaki İlişki :

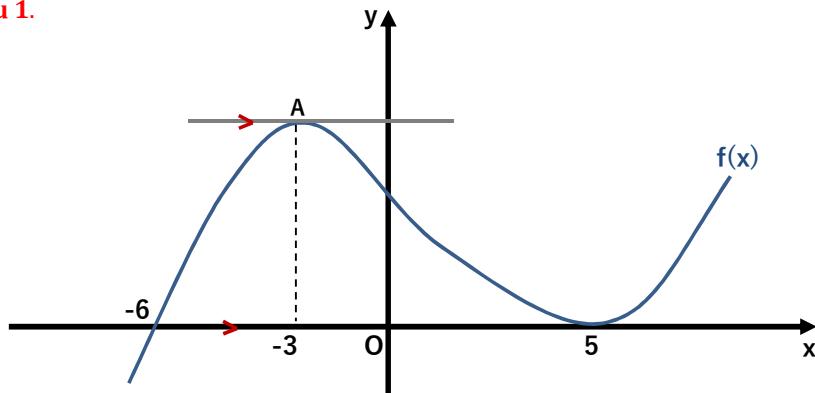


**f'(x) in grafiğini gördüğümüzde neler yapmalıyız.**

**1 –  $f'(x)$  in + ve – olduğu yerleri işaretle**  $\Rightarrow$  Oralar  $f(x)$  in arttığı ve azadığı yerler.

**2 –  $f'(x)$  in işaret değiştirdiği yerleri işaretle**  $\Rightarrow$  Oralar  $f(x)$  in extramum noktaları. (max veya min)

**Soru 1.**

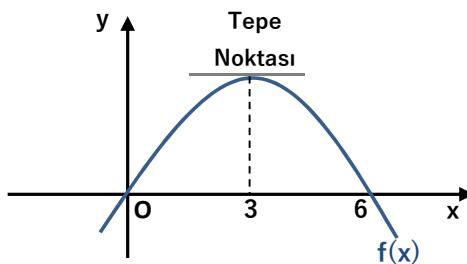


Yandaki şekilde  $x=5$  de  $x$  eksenine teğet olan  $f(x)$  fonksiyonunun A noktasındaki teğeti  $x$  eksenine paralleldir ve  $f(x)$  fonksiyonunun

Buna göre aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- |                    |                       |
|--------------------|-----------------------|
| I) $f(-8) < 0$     | V) $f'(7) > 0$        |
| II) $f(2) > 0$     | VI) $f'(-1) > 0$      |
| III) $f(5) > 0$    | VII) $f'(-3) = 0$     |
| IV) $f(-7) < f(2)$ | VIII) $f'(0) < f'(5)$ |

**Soru 2.**



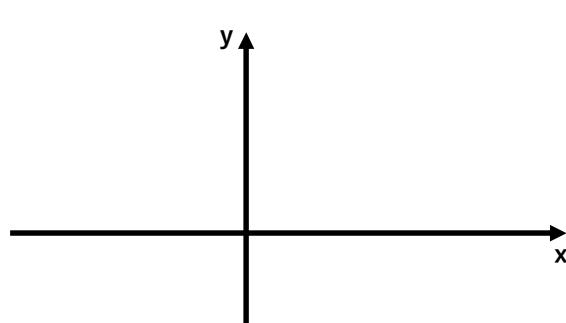
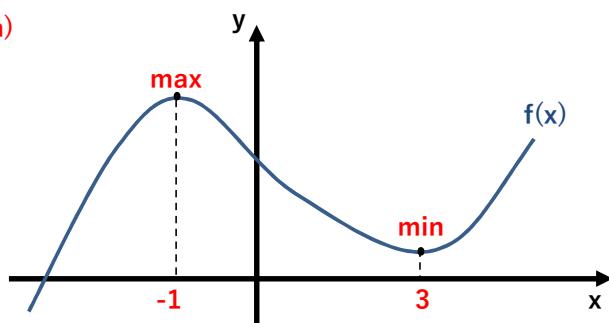
Yandaki şekilde  $x=3$  de tepe noktası olan  $f(x)$  parabolünün grafiğine göre aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| I) $f(-2) < 0$      | IV) $f'(1) < 0$     |
| II) $f(4) < f(5)$   | V) $f'(0) = f'(5)$  |
| III) $f(-1) = f(7)$ | VI) $f'(3) < f'(1)$ |

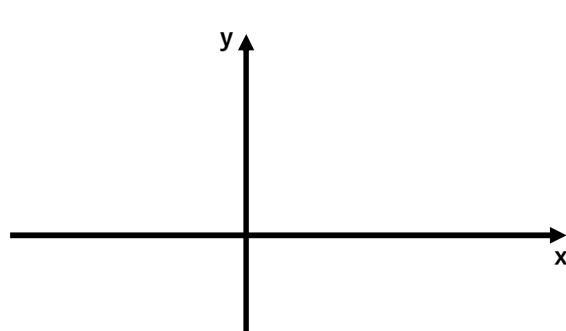
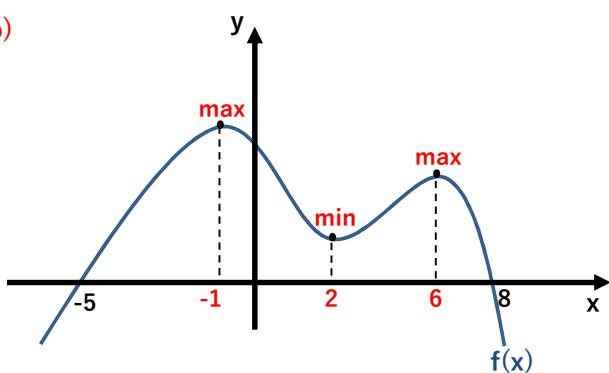
# TÜREV VE EXTRAMUM NOKTALARI

Soru 3: Aşağıda garfiği çizilmiş fonksiyonların türevlerinin tahmini grafiklerini yan tarafa çiziniz.

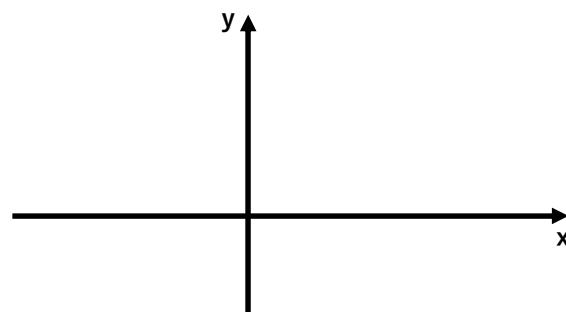
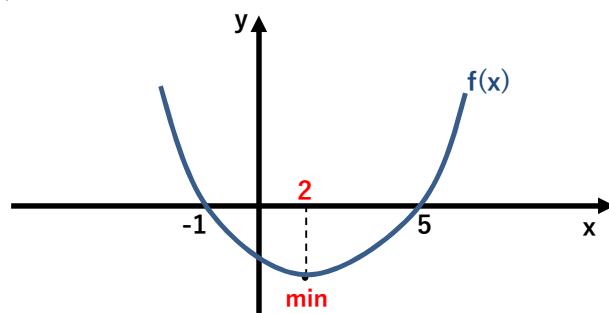
a)



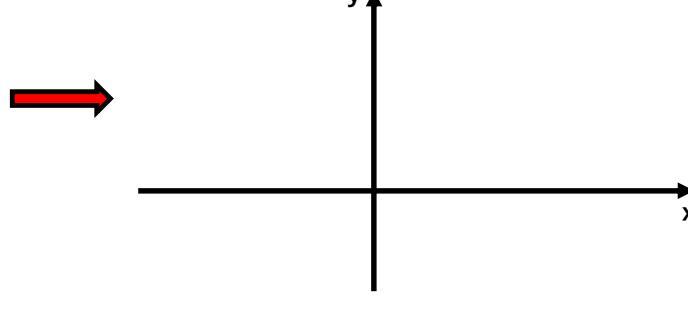
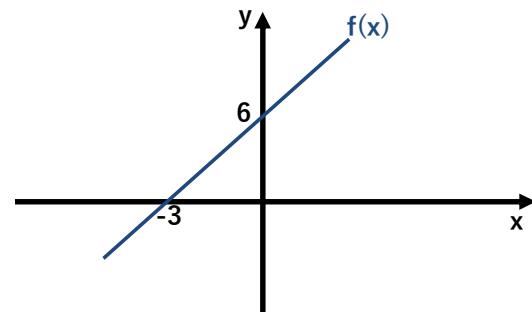
b)



c)

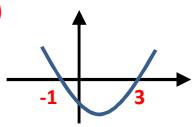


d)

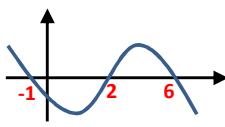


Cevaplar:

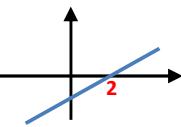
3 a)



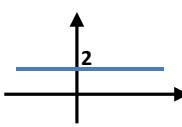
b)



c)



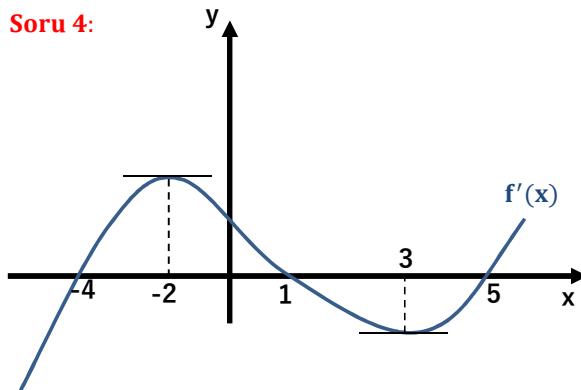
d)



# TÜREV VE EXTRAMUM NOKTALARI



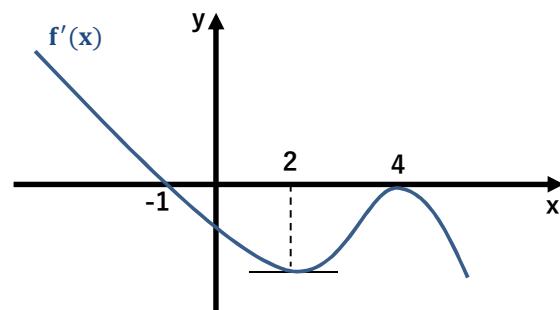
**Soru 4:**



Yanda türevinin grafiği verilen  $f(x)$  fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I)  $f(x)$   $(-\infty, -4)$  aralığında artandır.
- II)  $f(x)$   $(-4, 1)$  aralığında artandır.
- III)  $f(x)$  in  $x = -4$  ve  $x = 5$  de minimum noktaları vardır.
- IV)  $f(x)$  in  $x = 1$  de maximum noktası vardır?

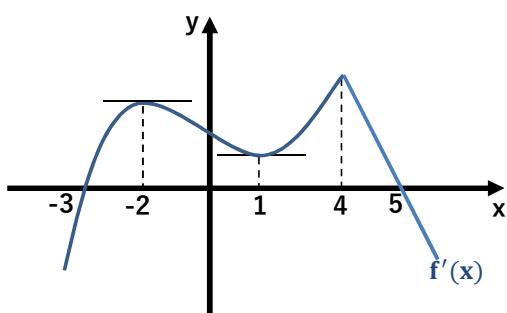
**Soru 5:**



Yanda türevinin grafiği verilen  $f(x)$  fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I)  $f(x)$   $(-\infty, -1)$  aralığında artandır.
- II)  $f(-4) < f(-3)$
- III)  $f(2) < f(3)$
- IV)  $f(x)$  in  $x = -1$  ve  $x = 4$  de extramum noktaları vardır.

**Soru 6:**



Yanda türevinin grafiği verilen  $f(x)$  fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I)  $f(x)$   $(-3, 5)$  aralığında artandır.
- II)  $f(6) > f(7)$
- III)  $f(x)$  için  $x = -2$  ve  $x = 1$  extramum noktalarıdır.
- IV)  $f(x)$  in  $x = 5$  de minimumu vardır.

**SAYILAR N (24)**

Test1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Test24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

