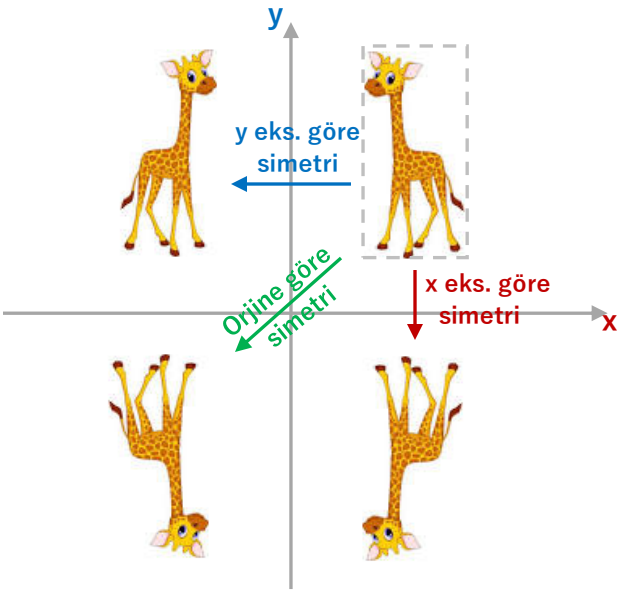
Analitik Geometri 3
Dönüşüm Geometrisi

Video Anlatım

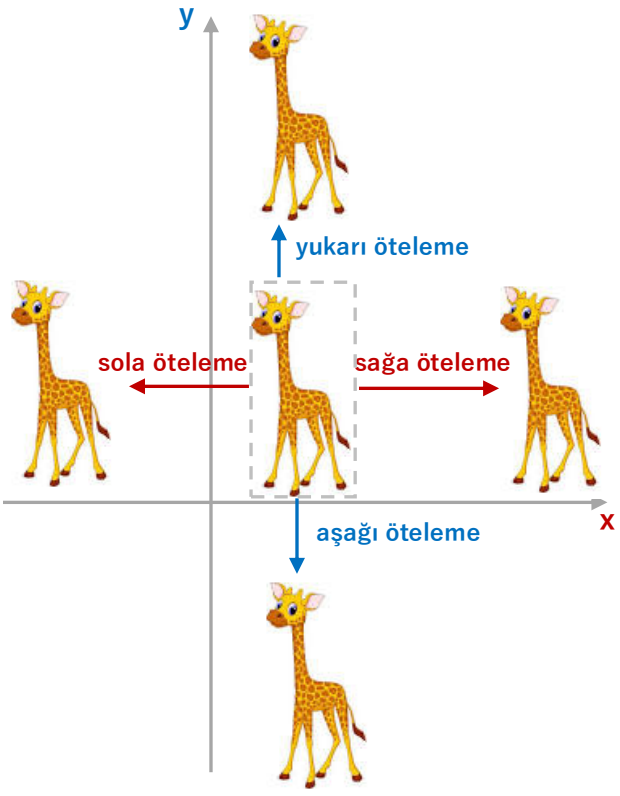
matematikchi.net

DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİNE GİRİŞ:

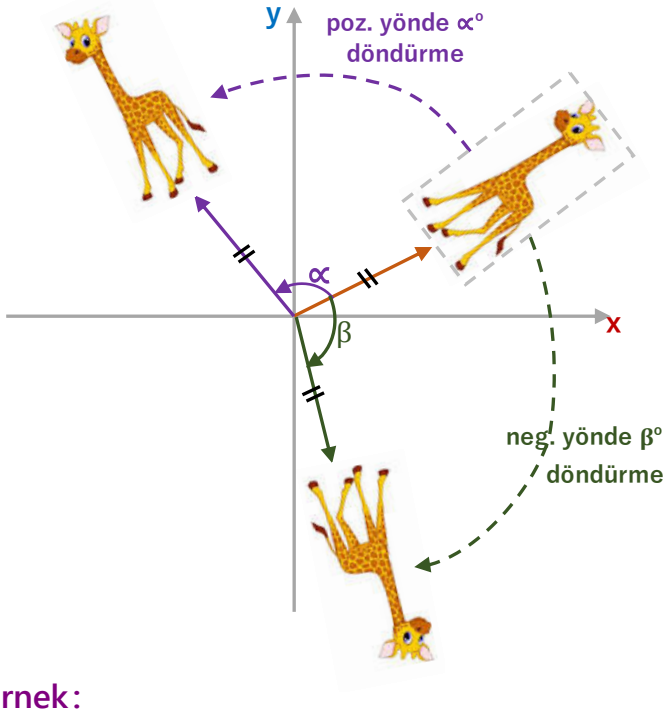
1 – Simetri Kavramı



2 – Öteleme Kavramı



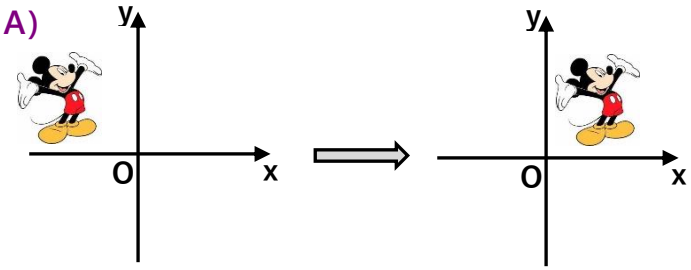
3 – Döndürme Kavramı



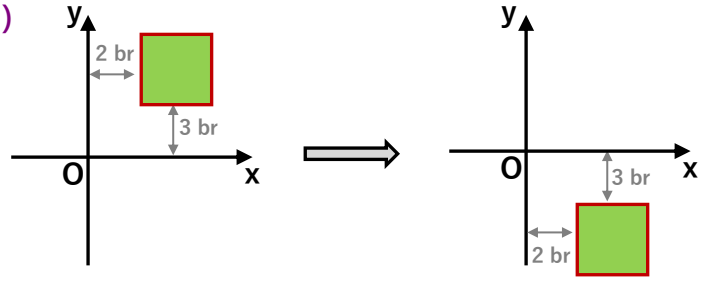
Örnek:

Aşağıdaki hangi geometrik dönüşümün yapıldığını saptayınız. (Simetri, Öteleme, Dönme)

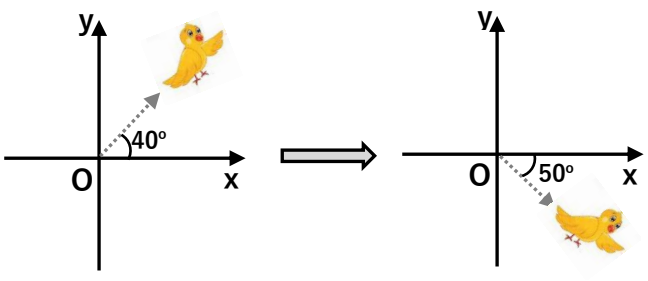
A)



B)



C)



Daha fazla test ve konu anlatımı için → matematikchi.net

A) Sağa ÖTELEME B) x eksenine göre SİMETRİ veya 6 br aşağı ÖTELEM

C) 90° negatif yönde veya 270° pozitif yönde DÖNME

Video Anlatım

Analitik Geometri 3
Dönüşüm Geometrisi

matematikchi.net

1 - SİMETRİ

A - Noktanın Simetrisi

I) Eksenlere ve Orjine göre simetri :

(x,y) x eksenine göre $(x,-y)$

(x,y) y eksenine göre $(-x,y)$

(x,y) Orjine göre $(-x,-y)$

} İşaretler değişir.

Örnek 1 : $A(3,5)$ noktasının simetrilerini bulun.

a) x eksenine göre $\rightarrow$

b) y eksenine göre $\rightarrow$

c) Orjine göre $\rightarrow$

II) Açıortay Doğrularına göre simetrisi :

$(y=x \quad ve \quad y=-x)$

(x,y) $y=x$ doğ. göre $(y\ ,\ x)$

(x,y) $y=-x$ doğ. göre $(-y,-x)$

} Yerler de değişir.

Örnek 2 : $A(3,5)$ noktasının simetrilerini bulun.

a) $y=x$ doğrusuna göre $\rightarrow$

b) $y=-x$ doğrusuna göre $\rightarrow$

III) $x=a$, $y=b$ doğrularına ve $A(a,b)$ noktasına göre simetrisi :

(x,y) $x=a$ doğ. göre $(2a-x\ ,\ y)$

(x,y) $y=b$ doğ. göre $(x\ ,\ 2b-y)$

(x,y) $A(a,b)$ nokt. göre $(2a-x\ ,\ 2b-y)$

} İki Katından Çıkarılır.

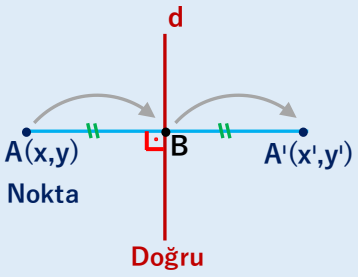
Örnek 3 : $A(3,5)$ noktasının simetrilerini bulun.

a) $x=4$ doğrusuna göre $\rightarrow$

b) $y=-2$ doğrusuna göre $\rightarrow$

c) $A(1,6)$ noktasına göre $\rightarrow$

IV) Bir noktanın herhangi bir doğruya göre simetrisi :



I) d ve AA' doğrularını ortak çöz ve B noktasını bul.

II) A noktasının B noktasına göre simetriğini al.

Örnek 4 : $A(3,5)$ noktasının $y=x+4$ doğrusuna göre simetriği olan noktayı bulun.

Karışık Örnekler :

1. $A(2,-1)$ noktasının simetrilerini bulunuz.

a) x eksenine göre $\rightarrow$

b) y eksenine göre $\rightarrow$

c) Orjine göre göre $\rightarrow$

d) $y=x$ doğrusuna göre $\rightarrow$

e) $y=-x$ doğrusuna göre $\rightarrow$

f) $x=-3$ doğrusuna göre $\rightarrow$

g) $y=2$ doğrusuna göre $\rightarrow$

h) $A(0,5)$ noktasına göre $\rightarrow$

ı) $y+x-7=0$ doğrusuna göre $\rightarrow$

1) a) $(3,-5)$ b) $(-3,5)$ c) $(-3,-5)$ 2) a) $(5,3)$ b) $(-5,-3)$ 3) a) $(5,5)$ b) $(3,-9)$ c) $(-1,7)$ 4) $(1,7)$ 1) a) $(2,1)$ b) $(-2,-1)$ c) $(-2,1)$ d) $(-1,2)$ e) $(1,-2)$ f) $(-8,-1)$ g) $(2,5)$ h) $(-2,11)$ ı) $(8,5)$

Analitik Geometri 3
Dönüşüm Geometrisi

matematikchi.net

2. $A(-2,3)$ noktasının x eksenine göre simetriği B y eksenine göre simetriği C ise B ve C noktaları arası mesafe kaç birimdir?

3. $A(1,4)$ noktasının $y = x$ doğrusuna göre simetriği C noktası ve C noktasının $x = 3$ doğrusuna göre simetriği D noktası ise D noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

4. $M(-2,-5)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre simetriği N noktası, $K(1,2)$ noktasına göre simetriği T noktası ise N ve T noktalarından geçen doğrunun denklemini bulun.

5. $A(4,-1)$ noktasının $y - x + 2 = 0$ doğrusuna göre simetriği olan B noktasının koordinatları nedir?

6. $A(2,3)$ noktasının $y = ax + b$ doğrusuna göre simetriği $B(6,1)$ ise a+b toplamı kaça eşittir?

7. $A(-3,1)$ noktasının $3x - 4y + 1 = 0$ doğrusuna göre simetriği B noktası ise $|AB|$ kaç birimdir?

2) $2\sqrt{13}$ 3) 3 4) $y = -7x + 37$ 5) $(1,2)$ 6) -4 7) $\frac{24}{5}$

B - Fonksiyonların Simetrisi

Noktanın simetrisi için geçerli olan tüm kurallar fonksiyondaki x ve y değişkenleri için uygulanır.

Örnekler :

1. $4x+3y-5=0$ doğrusunun aşağıdaki durumlara göre simetrilerini bulun.

   a) x eksenine göre

   b) y eksenine göre

   c) Orjine eksenine göre

   d) $y=x$ doğrusuna göre

   e) $y=-x$ doğrusuna göre

   f) $x=2$ doğrusuna göre

   g) $y=-1$ doğrusuna göre

   h) $(-5,7)$ naktasına göre

2. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur.

   I) $y=3x+1$ $\xrightarrow{\text{x eks. göre smt}}$ $y=3x-1$

   II) $y=x^3+1$ $\xrightarrow{\text{y eks. göre smt}}$ $y=-x^3-1$

   III) $x^2+y^2=4$ $\xrightarrow{\text{Orjine göre smt}}$ $x^2+y^2=4$

3. $y=3x-1$ doğrusunun $y=x$ doğrusuna göre simetrisi ile $y=-2x+3$ doğrusunun $y=-x$ doğrusuna göre simetrisinin kesişim noktasının ordinatı kaçtır?

4. $y=x^2-3x-4$ parabolünün $x=2$ doğrusuna göre simetrisinin x eksenini kestiği noktaların apsisleri kaçtır?

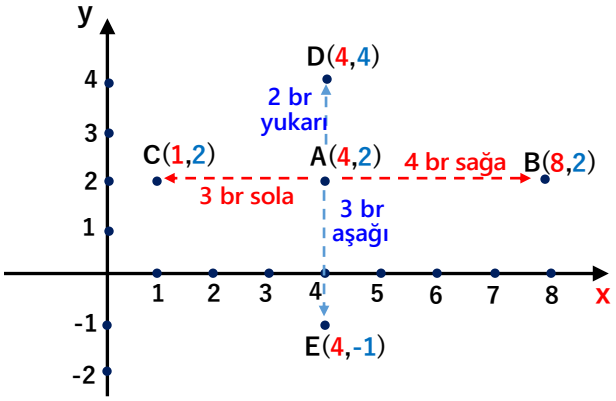
5. $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ fonksiyonunun $A(3,-2)$ noktasına göre simetiğinin denklemini bulun.

1) a) $4x-3y-5=0$ b) $-4x+3y-5=0$ c) $-4x-3y-5=0$
d) $4y+3x-5=0$ e) $-4y-3x-5=0$
f) $-4x+3y+11=0$ g) $4x-3y-11=0$ h) $-4x-3y-3=0$

2) III 3) $-\dfrac{2}{5}$ 4) 0 ve 5 5) $f(x)=\dfrac{-5x+28}{x-5}$

2 - ÖTELEME :

A) Bir noktayı veya şekli öteleme



sağ, sol } x ekseni boyunca hareket

yukarı, aşağı } y ekseni boyunca hareket

$A(x,y)$ noktasını

x ekseni doğtultusunda a birim sağa öteleme

$$B(x+a\ ,\ y)$$

x ekseni doğtultusunda a birim sola öteleme

$$C(x-a\ ,\ y)$$

y ekseni doğtultusunda b birim yukarı öteleme

$$D(x\ ,\ y+b)$$

y ekseni doğtultusunda b birim aşağı öteleme

$$E(x\ ,\ y-b)$$

Örnekler:

1. $A(3,-2)$ noktasının aşağıdaki şıklarda istenildiği şekilde öteleyin.

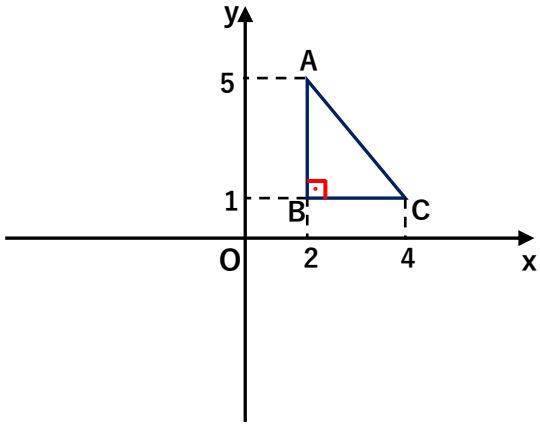
a) x ekseni doğrultusunda 5 birim sağa →

b) y ekseni doğrultusunda 4 birim aşağı →

c) Önce x ekseni doğrultusunda 2 birim sola sonra y ekseni doğrultusunda 1 birim yukarı →

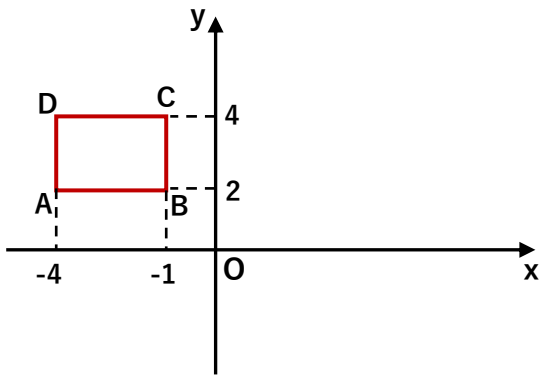
2. $A(1,4)$ noktasının a birim aşağı, b birim sağa ötelenmişi $B(4,-2)$ ise a+b toplamı kaçtır?

3.



ABC dik üçgenini x ekseni doğrultusunda 4 br sola, y ekseni doğrultusunda 3 br aşağı ötelediğimizde oluşan yeni şekli çizin.

4.



ABCD dikdörtgenini;

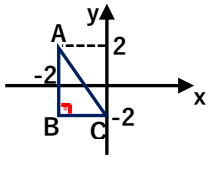
x ekseni doğrultusunda 3 br sağa

y ekseni doğrultusunda 3 br aşağı

ötelediğimizde 1. bölgede kalan alan kaç br^2 olur?

1) a) $(8,-2)$ b) $(3,-6)$ c) $(1,-1)$

2) 9

3) 

4) 2

B) Bir fonksiyonu öteleme

$y = f(x)$ şeklindeki bir fonksiyonu

x ekseni doğrultusunda a birim sağa öteleme

$$x \to x - a$$

x ekseni doğrultusunda a birim sola öteleme

$$x \to x + a$$

y ekseni doğrultusunda b birim yukarı öteleme

$$y \to y - b$$

y ekseni doğrultusunda b birim aşağı öteleme

$$y \to y + b$$

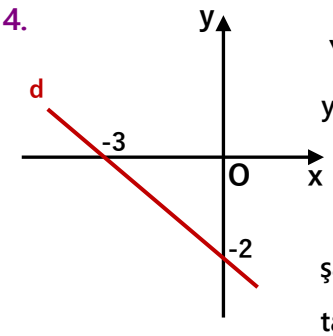
Örnekler:

1. $2x - 3y + 7 = 0$ doğrusunun x ekseni boyunca 2 br sağa, y ekseni boyunca 4 br aşağı ötelendiğinde oluşan doğru denklemini bulun.

2. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ çemberini x ekseni doğrultusunda 1 br sola, y ekseni doğrultusunda 2 br yukarı ötelersek oluşacak çemberin denklemini bulun.

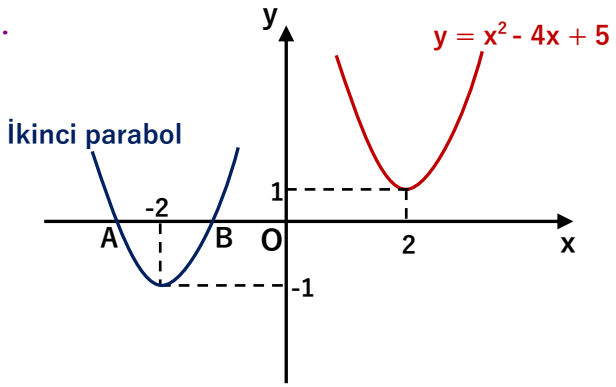
3. $y = \dfrac{4x + 7}{3}$ doğrusu x ekseni doğrultusunda a br sola, y ekseni doğrultusunda a br yukarı ötelendi-$4x - 3y + 21 = 0$ doğrusunu elde ediyoruz. Buna göre a kaça eşittir?

4.



Yanda ki şekilde d doğrusunu y ekseni doğrultusunda 2 br yukarı, x ekseni doğrultusunda 3 br sağa ötelediğimizde oluşan doğru y eksenini hangi noktada keser?

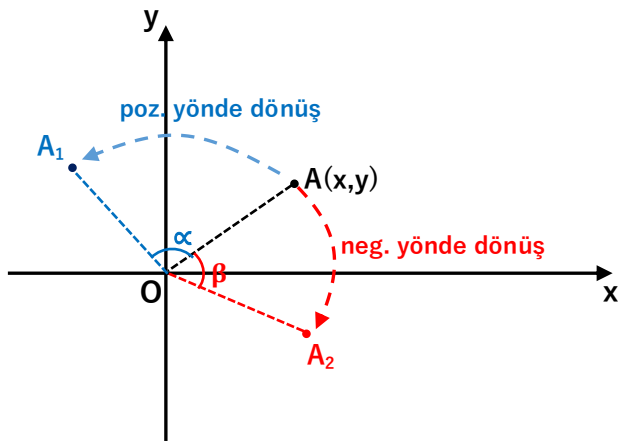
5.



Yukarıdaki şekilde $y = x^2 - 4x + 5$ parabolünün ötelenmiş parabolü olan ikinci bir parabol çizilmiştir. Bu ikinci parabol x eksenini hangi noktalarda keser?

1) $2x - 3y - 9 = 0$ 2) $x^2 + y^2 = 9$ 3) 2 4) 2 5) $(-3,0)$ ve $(-1,0)$

3 - DÖNME :



Genel Formül :

$A(x,y)$ noktasını orjin etrafında pozitif yönde

α° döndürürsek

$$A'(x\cos\alpha - y\sin\alpha\ ,\ x\sin\alpha + y\cos\alpha)$$

noktasını elde ederiz.

Notlar :

1) Negatif yönde β° döndürmek, pozitif yönde $360^\circ - \beta^\circ = \alpha^\circ$ döndürmektir.
   Mesela negatif yönde 120° döndürmek, pozitif yönde $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ döndürmektir.
2) Pozitif yön = Saatin dönme yönünün tersi
   Negatif yön = Saatin dönme yönü
3) Bir nokta etrafında dönerken o noktaya uzaklık değişmez.
4) Orjin dışındaki bir K noktasının etrafında dönme istenirse, K noktasını orjin gibi düşünerek dönme hareketi yap.

$90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ lik dönüşler için kısa yol :

$A(x,y)$ noktasını

1) Pozitif yönde 90° döndürme $\rightarrow A_1(-y,x)$
2) Pozitif yönde 180° döndürme $\rightarrow A_2(-x,-y)$
3) Pozitif yönde 270° döndürme $\rightarrow A_3(y,-x)$
4) Pozitif yönde 360° döndürme $\rightarrow A_4(x,y)$

Örnekler :

1. $A(2,3)$ noktasını orjin etrafında

a) poz. yönde 90° döndürürsek koordinatları ne olur?

b) poz. yönde 270° döndürürsek koordinatları ne olur?

c) poz. yönde 180° döndürürsek koordinatları ne olur?

d) poz. yönde 360° döndürürsek koordinatları ne olur?

e) neg. yönde 90° döndürürsek koordinatları ne olur?

f) neg. yönde 180° döndürürsek koordinatları ne olur?

1) a)$(-3,2)$ b)$(3,-2)$ c)$(-2,-3)$ d)$(2,3)$ e)$(3,-2)$ f)$(-2,-3)$

Analitik Geometri 3
Dönüşüm Geometrisi

matematikchi.net

2. $A(4,2)$ noktasını orjin etrafında

a) Poz. yönde $30°$ döndürürsek koordinatları ne olur?

b) Poz. yönde $225°$ döndürürsek koordinatları ne olur?

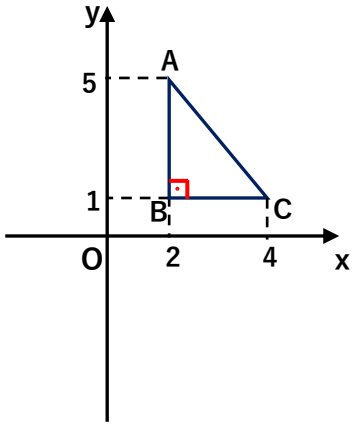
c) Neg. yönde $240°$ döndürürsek koordinatları ne olur?

d) Neg. yönde $30°$ döndürürsek koordinatları ne olur?

3. $A(1,2)$ noktasını orjin etrafında $\alpha°$ döndürünce $A'\left(\frac{1}{2}-\sqrt{3}\ ,\ \frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ noktasını elde ediyorsak α kaç derecedir?

4. $A(5,4)$ noktasını $B(-1,3)$ noktası etrafında $90°$ döndürdüğümüzde hangi noktayı elde ederiz?

5.



ABC dik üçgenini orjin etrafında pozitif yönde $270°$ döndürürsek hangi şekli elde ederiz?

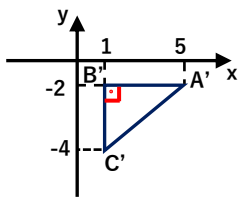
6. $3x-2y+6=0$ doğrusunu orjin etrafında pozitif yönde $90°$ döndürürsek hangi doğru denklemini elde ederiz?

2) a) $\left(2\sqrt{3}-1,2+\sqrt{3}\right)$ b) $\left(-\sqrt{2},-3\sqrt{2}\right)$ c) $\left(-2-\sqrt{3},2\sqrt{3}-1\right)$ d) $\left(2\sqrt{3}+1,-2+\sqrt{3}\right)$

3) $60°$

4) $(-2,9)$

5)



6) $3y+2x-6=0$