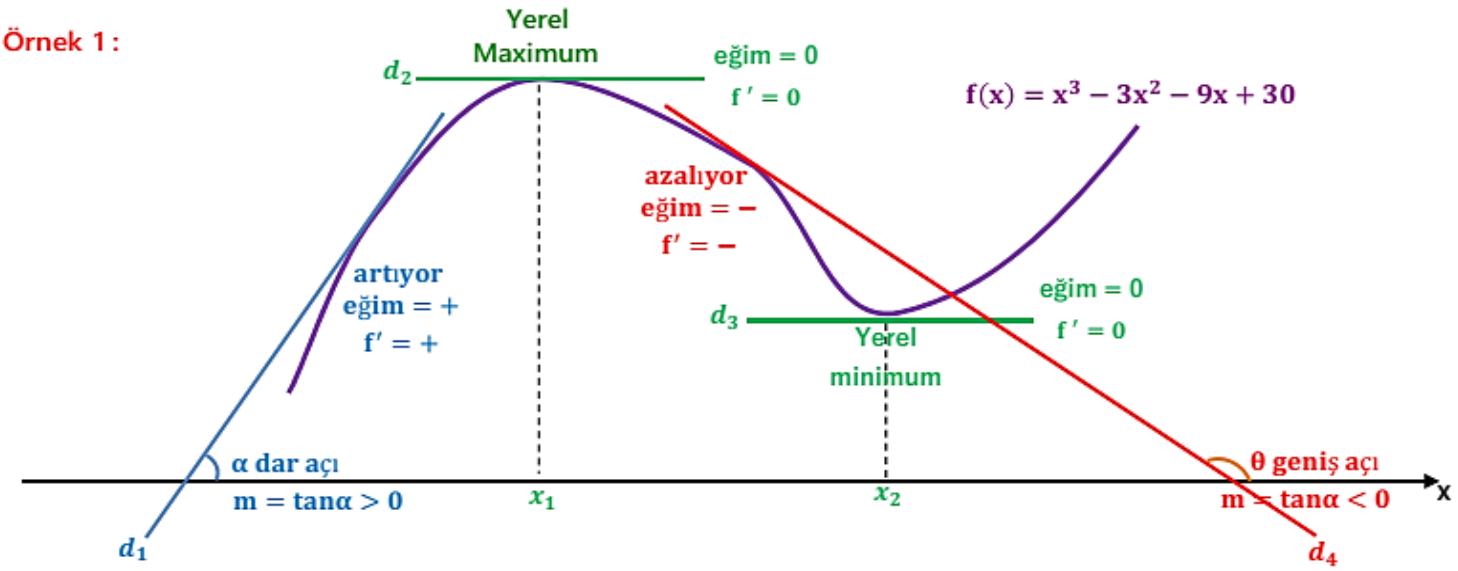
TÜREV – Extremum Noktaları

1 - Bir Fonksiyonun Maksimum/Minimum Noktaları, Artan Azalan Olduğu Yerler :

Örnek 1 :



f(x) fonksiyonunu inceleyelim

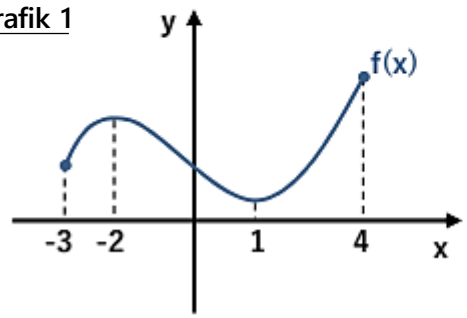
* Hangi x değerleri için artıyor ve hangi x değerleri için azalıyor bulalım. (1. türevin pozitif ve negatif olduğu yerler)

* Maximum ve minimum noktalarının x lerini, maximum ve minimum değerlerini bulalım. (1. türev = 0)

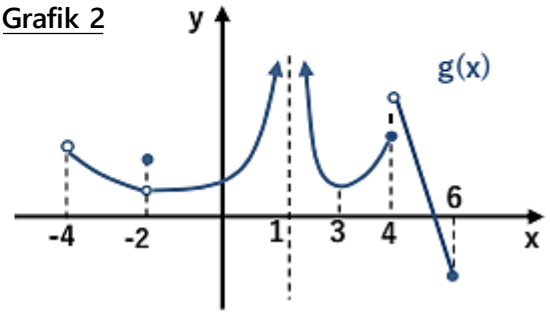
YEREL MAXİMUM/MİNİMUM VE MUTLAK MAXİMUM/MİNİMUM KAVRAMI

Örnek 2 : Aşağıdaki f(x) ve g(x) fonksiyonlarının maximum ve minimum noktalarını inceleyelim

Grafik 1



Grafik 2



CEVAPLAR :

Örnek 1

A(−1,35) max noktası

B(3,3) minimum noktası

$(-\infty,-1)\cup(3,\infty)$ artan olduğu aralık

$(-1,3)$ azalan olduğu aralık

Örnek 2 (Grafik 1)

x = 4 mutlak max

x = -2 yerel max

x = 1 mutlak min

x=-3 yerel min

Örnek 2 (Grafik 1)

mutlak max YOK

x = -2 yerel max

x = 3 yerel min

x = 6 mutlak min

Sorular :

Soru 1. $y = f(x) = x^2 - 6x + 1$ **parabolünün minimum değerini bulunuz.**

Soru 2. $y = x^3 - 3x + 7$ **fonksiyonunun maximum değeri minimum değerinden kaç fazladır?**

Soru 3. $f(x) = 3x^2 - 12x + 4$ **fonksiyonunun arttığı ve azaldığı aralıkları bulunuz.**

Cevaplar : 1) -8 2) 4 3) $(-\infty, 2)$ için azalan $(2, \infty)$ için artan

Soru 4. $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ için $f(x)$ fonksiyonunun maximum noktasının apsisini ve maximum değerini bulunuz?

Soru 5. $y = f(x) = x^3 - 12x + 4$ için $f(x)$ fonksiyonunun minimum noktasının apsisini ve maximum değerini bulunuz?

Soru 6. $y = f(x) = \frac{x-2}{x^2+5}$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz?

Cevaplar : 4) 1 ve $\frac{10}{3}$ 5) 2 ve 20 6) $(-1,5)$ için artan $(-\infty,-1)\cup(5,\infty)$ için azalan

Soru 7. $f(x) = x^4 + 2x^2 - ax + 1$ fonksiyonunun $x = 1$ de extramumu varsa a kaçtır?

Soru 8. $f(x) = -x^2 + nx + 1$ parabolünün $x = 3$ de maximim değerini alıyorsa bu maximum değer kaçtır?

Soru 9. $y = x^3 - nx + m$ eğrisinin minimum noktası $(2, 5)$ ise m kaçtır?

Cevaplar : 7) 8 8) 10 9) 21

Soru 10. $f(x) = -x^2 + ax + 3$ fonksiyonunun maximum değeri 7 ise a nın pozitif değeri kaçtır?

Soru 11. $y = x^3 + x^2 - 15x - 9$ eğrisinin extramum noktalarının apsisleri çarpımı kaçtır?

Soru 12. $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + 5x + 2$ fonksiyonunun extramum noktalarının apsisleri toplamı -4 ise a kaçtır?

Cevaplar : 10) 4 11) -5 12) 7

Soru 13. $f(x)=(x-2)^3(x+2)$ için $f(x)$ fonksiyonunun extramum noktalarını (max, min) bulunuz.

Soru 14. $y=\dfrac{x^2}{x-3}$ eğrisinin azalan olduğu aralığı bulunuz.

Soru 15. $y=f(x)=\dfrac{x-2}{x^2}$ fonksiyonunun extramum noktalarını bulunuz.

Cevaplar : 13) $\min(-1,-27)$ 14) $(0,3)\cup(3,6)$ 15) $\max\left(4,\dfrac{1}{8}\right)$

Soru 16. $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1$ fonksiyonunun türevinin minimum değeri kaçtır?

Soru 17. $f(x) = x^4 - 24x^2 + 2$ fonksiyonunun türevinin azalan olduğu aralığı bulun.

Soru 18. $f(x) = x^3 - ax^2 + 6x + 7$ için $f'(x)$ in minimum değeri -6 ise a kaç olabilir?

Cevaplar : 16) -4 17) $(-2,2)$ 18) $\{-6,6\}$

2 – Bir Fonksiyonun Bir Aralıktaki Maximum ve Minimum Değerleri :

Soru 1. $f(x) = x^2 - 4x + 2$ **fonksiyonunun** $[-1, 3]$ **aralığındaki min ve max değerlerini bulunuz.**

Soru 2 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ **fonksiyonunun** $[3, 7]$ **aralığındaki min ve max değerlerini bulunuz.**

Soru 3. $f(x) = x^3 - 12x + 1$ **eğrisinin** $[0, 5]$ **aralığındaki min ve max değerlerini bulunuz.**

Cevaplar : 1) min = -2 max = 7 2) min = -1 max = 23 3) min = -15 max = 66

3 - Daima Artan/Azalan Fonksiyonlar :

Soru 1. $y = x^5 + 7x + 3$ **eğrisinin azalan olduğu aralığı bulunuz?**

Soru 2. $y = \dfrac{3x+1}{x-4}$ **eğrisinin artan olduğu aralığı bulunuz.**

Soru 3. $y = -x^3 - 4x^2 - 7x + 3$ **eğrisinin azalan olduğu aralığı bulunuz?**

Cevaplar : 1) Azalan olduğu aralık yok 2) Artan olduğu aralık yok 3) R

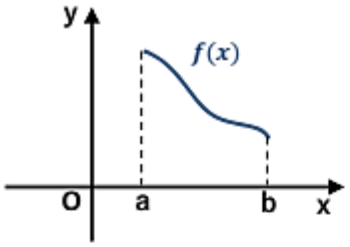
Soru 4. $f(x) = x^3 + 6x^2 - ax - 5$ fonksiyon daima artan bir fonkisyon ise a tam sayısı en çok kaç olabilir?

Soru 5. $f(x) = \frac{2a}{3}x^3 - 2x^2 + 2ax + 2$ fonksiyonu daima azalan bir fonksiyon ise a tam sayısı en çok kaç olabilir?

Soru 6. $f(x) = \frac{3x + a}{2x + 4}$ eğrisi daima artan bir eğri ise a nın aralığı nasıl olmalıdır?

Cevaplar : 4) -13 5) -2 6) $a < 6$

Soru 7.



Yandaki f(x) fonksiyonuna göre aşağıdakilerden hangisi/hangileri daima artan bir fonksiyondur?

I) $f(x) - 2x$ II) $x^2 - f(x)$ III) $x.f(x)$ IV) $f^2(x)$

Soru 8. **f(x) fonksiyonu $(-\infty, 0)$ aralığında pozitif tanımlı daima azalan bir fonksiyon ise aşağıdakilerden hangisi veya hangileri aynı aralıkta daima azalan bir fonksiyondur?**

I) $f(x^2)$ II) $f(x) + x^2$ III) $\frac{f(x)}{x}$ IV) $x.f(x)$ V) $f^2(x)$

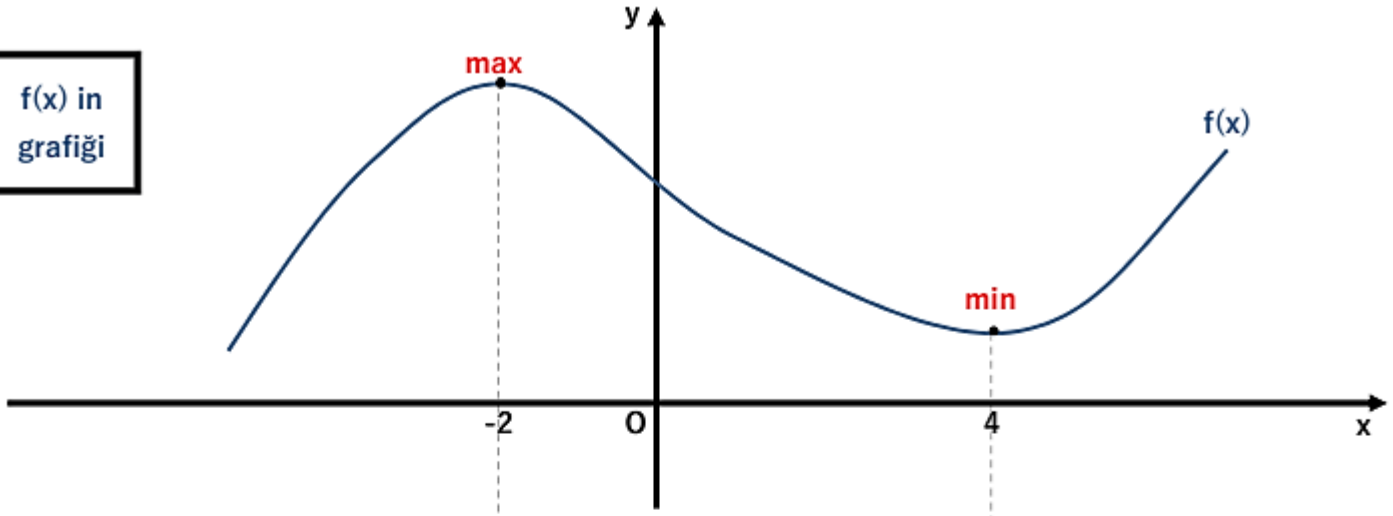
Soru 9. **f(x) ve g(x) fonksiyonlarının her x değeri için** $\frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{g^2(x)} < 0$ ***ise*** **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

I) $f(x) - g(x)$ daima artandır II) $f(x).g(x)$ daima azalandır. III) $\frac{f(x)}{g(x)}$ daima azalandır.

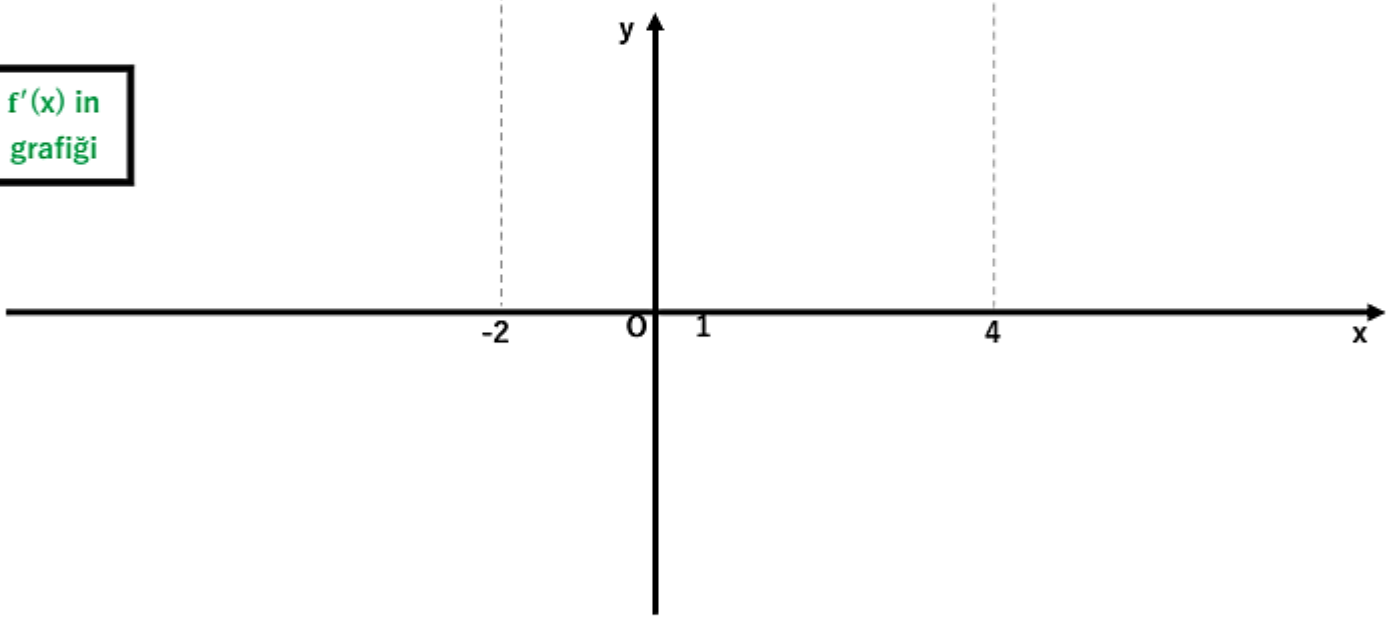
Cevaplar : 7) II 8) II, IV 9) III

4 - Bir Fonksiyonun ve Türevinin Grafikleri Arasındaki İlişki :

f(x) in grafiği



f′(x) in grafiği



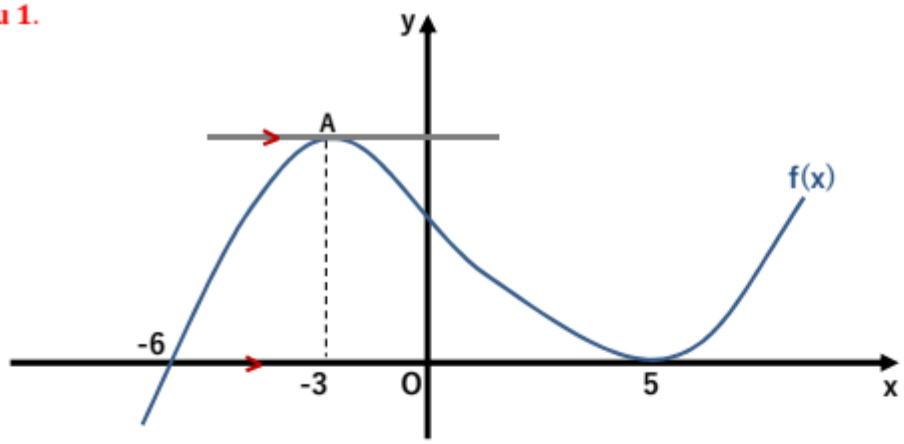
f′(x) in grafiğini gördüğümüzde neler yapmalıyız.

1 – f′(x) in + ve – olduğu yerleri işaretle ⇒ Oralar f(x) in arttığı ve azaldığı yerler.

2 – f′(x) in işaret değiştirdiği yerleri işaretle ⇒ Oralar f(x) in extramum noktaları. (max veya min)

Sorular :

Soru 1.



Yandaki şekilde x=5 de x eksenine teğet olan f(x) fonksiyonunun A noktasındaki teğeti x eksenine paraleldir ve f(x) fonksiyonunun

Buna göre aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $f(-8) < 0$

II) $f(2) > 0$

III) $f(5) > 0$

IV) $f(-7) < f(2)$

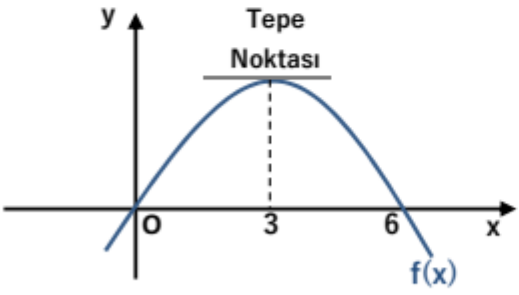
V) $f'(7) > 0$

VI) $f'(-1) > 0$

VII) $f'(-3) = 0$

VIII) $f'(0) < f'(5)$

Soru 2.



Yandaki şekilde x=3 de tepe noktası olan f(x) parabolünün grafiğine göre aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $f(-2) < 0$

II) $f(4) < f(5)$

III) $f(-1) = f(7)$

IV) $f'(1) < 0$

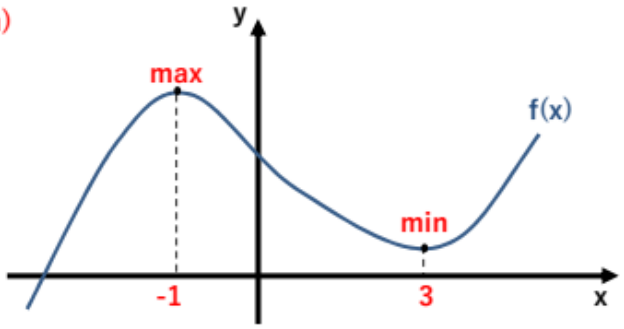
V) $f'(0) = f'(5)$

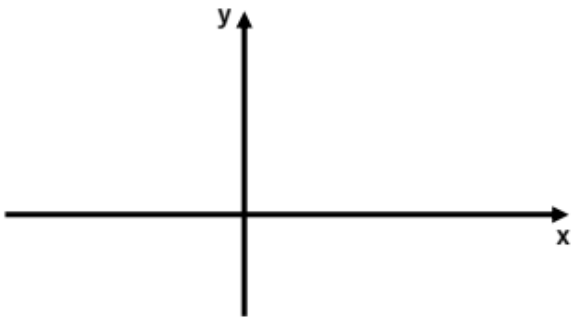
VI) $f'(3) < f'(1)$

Cevaplar : 1) I, II, IV, V, VII, VIII 8) I, III, VI

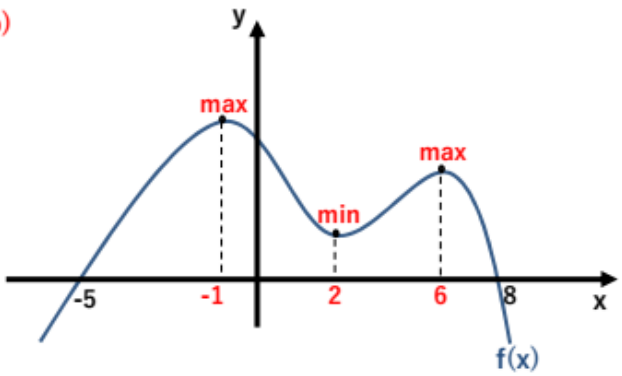
Soru 3: Aşağıda garfiği çizilmiş fonksiyonların türevlerinin tahmini grafiklerini yan tarafa çiziniz.

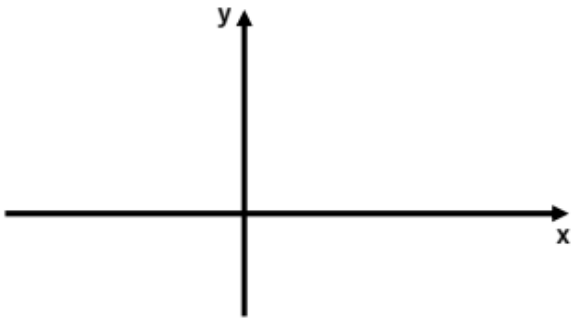
a)



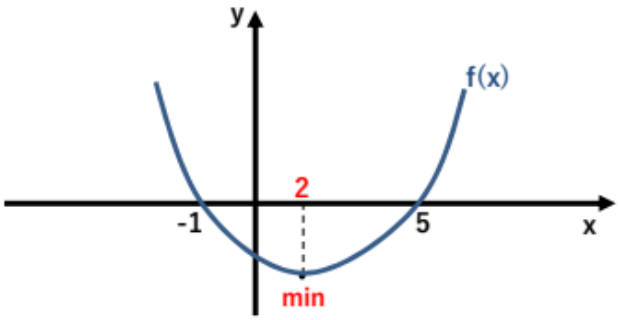


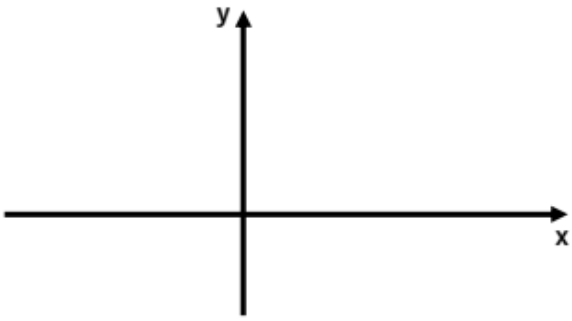
b)



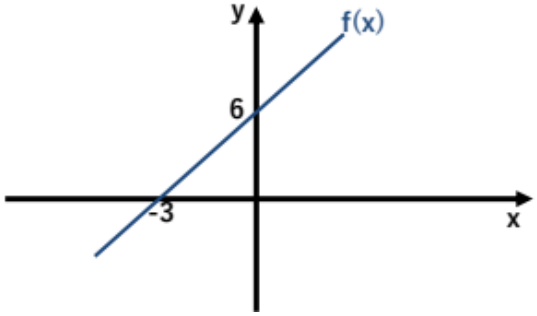


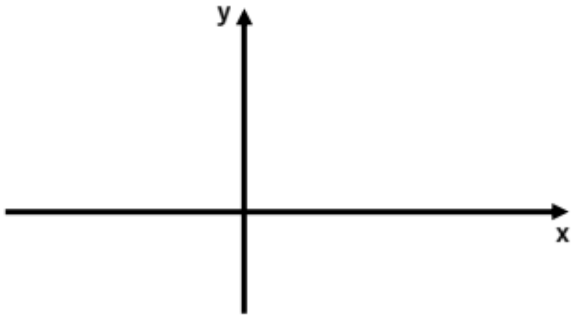
c)



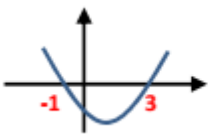


d)

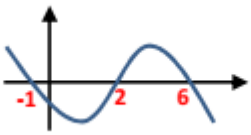




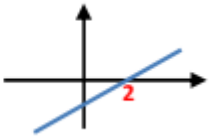
Cevaplar: 3 a)



b)



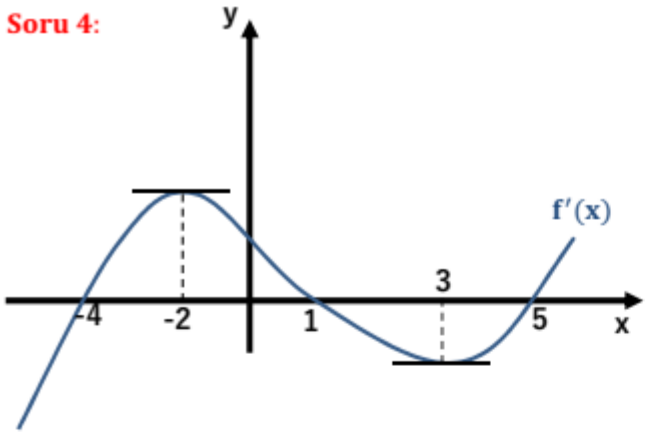
c)



d)



Soru 4:



Yanda türevinin grafiği verilen f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

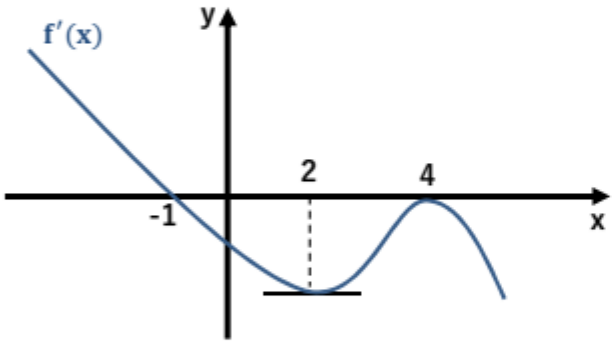
I) $f(x)$ $(-\infty, -4)$ aralığında artandır.

II) $f(x)$ $(-4, 1)$ aralığında artandır.

III) $f(x)$ in $x = -4$ ve $x = 5$ de minimum noktaları vardır.

IV) $f(x)$ in $x = 1$ de maximum noktası vardır?

Soru 5:



Yanda türevinin grafiği verilen f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

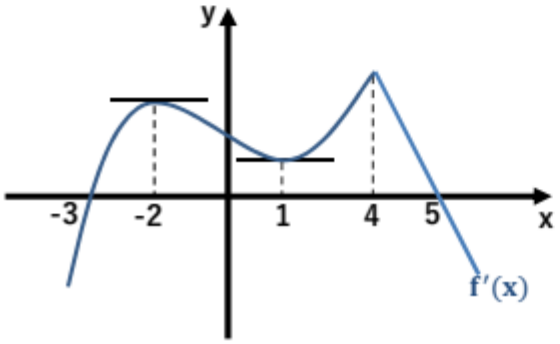
I) $f(x)$ $(-\infty, -1)$ aralığında artandır.

II) $f(-4) < f(-3)$

III) $f(2) < f(3)$

IV) $f(x)$ in $x = -1$ ve $x = 4$ de extramum noktaları vardır.

Soru 6:



Yanda türevinin grafiği verilen f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $f(x)$ $(-3, 5)$ aralığında artandır.

II) $f(6) > f(7)$

III) $f(x)$ için $x = -2$ ve $x = 1$ extramum noktalarıdır.

IV) $f(x)$ in $x = 5$ de minimumu vardır.

Cevaplar : 4) II, III, IV 5) I, II 6) I, II